

Universidade Federal Fluminense - UFF

ÁLVARO EDUARDO NUNES GARCIA

Aplicação da p -Mediana na Localização da
Coordenadoria de Educação da Regional do Médio
Paraíba do Estado do Rio de Janeiro

VOLTA REDONDA

2015

ÁLVARO EDUARDO NUNES GARCIA

Aplicação da p -Mediana na Localização da
Coordenadoria de Educação da Regional do Médio
Paraíba do Estado do Rio de Janeiro

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-graduação em Modelagem Computacio-
nal em Ciência e Tecnologia da Universidade
Federal Fluminense, como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre em Mo-
delagem Computacional em Ciência e Tec-
nologia. Área de Concentração: Modelagem
Computacional

Orientador:

Prof. Dr. Luís Alberto Duncan Rangel

Coorientador:

Prof. Dr. Tiago Araújo Neves

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE - UFF

VOLTA REDONDA

2015

Aplicação da p -Mediana na Localização da Coordenadoria de Educação da
Regional do Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro

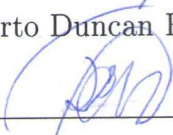
Álvaro Eduardo Nunes Garcia

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia. Área de Concentração: Modelagem Computacional.

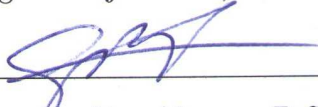
Aprovada por:



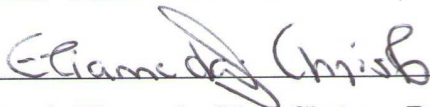
Prof. Luís Alberto Duncan Rangel, D.Sc. / MCCT-UFF



Prof. Tiago Araújo Neves, D.Sc. / MCCT-UFF



Prof. Gustavo Benitez Alvarez, D.Sc. / MCCT-UFF



Prof. Eliane da Silva Christo, D.Sc. / MCCT-UFF



Prof. Nadja Valéria Vasconcellos de Ávila, D.Sc. / UFF



Prof. Rosana Aparecida Ravaglia Soares, D.Sc. / UniFOA

G216 Garcia, Álvaro Eduardo Nunes.

Aplicação da p-Mediana na localização da Coordenadoria de Educação da Regional do Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro / Álvaro Eduardo Nunes Garcia. – Volta Redonda, 2015. 91 f. il.

Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Universidade federal Fluminense.

Orientador: Luís Alberto Duncan Rangel.

Coorientador: Tiago Araújo Neves.

1. Apoio multicritério à decisão. 2. Coordenadoria de Educação. 3. p-Mediana. 4. SMART. I. Rangel, Luís Alberto Duncan. II. Neves, Tiago Araújo. III. Título.

CDD 519.4

Dedico este trabalho ao Deus vivo que dirige a minha vida

Agradecimentos

Para Deus, pela saúde e bênçãos realizadas na minha vida e de toda minha família.

A minha família, pelo apoio em todas as horas.

Aos meus orientadores pela dedicação e ajuda.

A todos os demais que contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo

A distribuição espacial das escolas e dos departamentos educacionais numa região geográfica é um assunto de primordial importância para sociedade. Os Problemas de Localização de Facilidades no âmbito educacional necessitam de estudos, planejamentos, análises dos critérios e fatores do cenário escolar envolvido. O processo de decisão é complexo, não só por causa do número de escolas e alunos, mas também devido aos critérios conflitantes encontrados neste setor. Além do problema das p -Medianas, esta dissertação utiliza as técnicas de normalização de critérios e o método de atribuição de pesos *SMART* do Apoio Multicritério à Decisão, que auxiliaram na avaliação da atual localização da Coordenadoria de Educação da Região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro e na proposta de um novo local de instalação desta coordenadoria. Os resultados encontrados foram bem consistentes quando realizada as Análises de Validação e Sensibilidade dos critérios do estudo de caso. Sendo assim, confirma-se a eficiência e importância deste estudo, não só para o meio escolar, mas para toda sociedade.

Abstract

The spatial distribution of schools and educational departments on a geographical region is a matter of prime importance for society. The Facilities Location Problems in the education sector require studies, planning, analysis of criteria and factors involved school scenario. The decision process is complex, not only because of the number of schools and students, but also due to conflicting criteria found in this sector. In addition to the p -Median algorithm, this dissertation uses the criteria of standardization techniques and the SMART weights assignment method of Multicriteria Decision Aid, which assisted in the assessment of the current location of the Coordinating Body of Médio Paraíba State of Rio de Janeiro and a proposal for a new location of this coordinating body. The results were pretty consistent when performed the validation and sensitivity analysis of the case study. Therefore, confirms the efficiency and importance of this study, not only for schools, but for the whole society.

Palavras-chave

1. Apoio Multicritério à Decisão
2. Coordenadoria de Educação
3. p -Medianas
4. SMART

Glossário

AHP	:	<i>Analytic Hierarchy Process</i>
<i>MATLAB</i> [®]	:	<i>Matrix Laboratory</i>
MEC	:	Ministério da Educação e Cultura
SEEDUC	:	Secretaria Estadual de Educação
SMART	:	<i>Simple Multi Attribute Rating Technique</i>
AMD	:	Apoio Multicritério à Decisão
LDB	:	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiii
1 Introdução	14
1.1 Considerações Iniciais sobre Coordenadorias de Educação	15
1.2 Objetivos	16
1.2.1 Objetivo Geral	16
1.2.2 Objetivos Específicos	16
1.3 Justificativa da Dissertação	16
1.4 Delimitações da Dissertação	17
1.5 Procedimento Metodológico	17
1.6 Estrutura da Dissertação	18
2 Educação	19
2.1 Educação Brasileira	19
2.2 Modalidades da Educação	21
2.3 Educação no Estado do Rio de Janeiro	22
2.4 Educação na Região Médio Paraíba	24
3 Referencial Teórico	25
3.1 Pesquisa Operacional	25
3.1.1 Técnicas da Pesquisa Operacional	26

3.2	Teoria dos Grafos	28
3.2.1	Conceitos Básicos de Grafos	30
3.2.2	Principais Problemas da Teoria dos Grafos	32
3.3	Problema do Caminho Mínimo	33
3.4	Problema de Localização de Facilidades	34
3.4.1	Problema de Localização de Facilidades no Âmbito Escolar	37
3.4.2	Método de Resolução dos Problemas de Localização de Facilidades	38
3.5	Problema das p -Medianas	39
3.6	Problema das p -Medianas não-Capacitado	40
3.7	Problema das p -Medianas Capacitado	41
3.8	Problema das p -Medianas com Custos Fixos	42
3.9	Apoio Multicritério à Decisão	44
3.9.1	Critérios na Tomada de Decisão	45
3.9.1.1	Valoração dos Critérios	46
3.9.1.2	Normalização dos Critérios	48
3.10	Trabalhos Relacionados	49
4	Estudo de Caso	51
4.1	Coordenadorias Regionais de Educação do Estado do Rio de Janeiro	51
4.2	Área do Estudo de Caso	53
4.3	Metas do Estudo de Caso	54
4.4	Ferramentas Utilizadas	55
4.5	Divisão do Estudo de Caso	55
4.5.1	Determinação da Cidade Onde Localizar Coordenadoria (1ª Parte)	56
4.5.1.1	Aplicação das p -Medianas nas Cidades	59
4.5.1.2	Critérios das Cidades	60
4.5.1.3	Normalizações dos Critérios das Cidades	62

4.5.1.4	Pesos dos Critérios das Cidades e suas Normalizações . . .	63
4.5.1.5	Pesos Finais das Cidades	64
4.5.1.6	Algoritmos que Determinaram a Cidade de Instalação da Coordenadoria	66
4.5.1.7	Resultado da Cidade para Instalar a Coordenadoria	67
4.5.2	Determinação do Colégio Onde Localizar Coordenadoria (2ª Parte)	68
4.5.2.1	Aplicação das p -Medianas na Localização da Coordenadoria	71
4.5.2.2	Critérios dos Colégios	72
4.5.2.3	Peso dos Critérios dos Colégios	75
4.5.2.4	Pesos Finais dos Colégios	75
4.5.2.5	Algoritmos que Determinaram o Colégio de Instalação da Coordenadoria	76
4.5.2.6	Resultado do Colégio para Instalar a Coordenadoria . . .	76
4.5.2.7	Análise de Sensibilidade	78
4.5.2.8	Análise de Validação	81
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	83
5.1	Trabalhos Futuros	84
	Referências	85
	Apêndice A	89

Lista de Figuras

3.1	Pontes de Königsberg e a Representação em Grafos	29
3.2	Exemplo de Grafo	30
3.3	Exemplo de Grafo não Orientado	31
3.4	Exemplo de Grafo Orientado	31
3.5	Exemplo de Grafo Misto	32
4.1	Regionais Educacionais do Estado do Rio de Janeiro	52
4.2	Região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro	54
4.3	Fluxograma do Estudo de Caso	56
4.4	Relação entre Cidades e Número de Colégios	61
4.5	Relação entre Cidades e Quantidade de Cidades Vizinhas	62
4.6	Fluxograma da Determinação da Melhor Cidade de Localização da Coor- denadoria	67
4.7	Solução Determinação da Cidade	68
4.8	Relação entre Colégios e N ^o de Alunos	73
4.9	Relação entre Colégios e Quantidade de Turnos	74
4.10	Relação entre Colégios e Quantidade de Linhas de Ônibus	74
4.11	Solução Determinação do Colégio	77
4.12	Colégio Estadual Barão de Aiuruoca	78
4.13	1 ^a Análise de Sensibilidade (Determinação da Cidade)	79
4.14	2 ^a Análise de Sensibilidade (Determinação da Cidade)	79
4.15	1 ^a Análise de Sensibilidade (Determinação do Colégio)	80
4.16	2 ^a Análise de Sensibilidade (Determinação do Colégio)	81

4.17 Análise de Validação	82
-------------------------------------	----

Lista de Tabelas

4.1	Endereço das Rodoviárias das Cidades	57
4.2	Distâncias (Km) Entre Cidades	58
4.3	Critérios das Cidades	61
4.4	Número de Colégios Normalizado	63
4.5	Quantidade de Cidades Vizinhas Normalizada	63
4.6	Pesos Normalizados dos Critérios das Cidades	64
4.7	Multiplicação do N° de Colégios Normalizado por seu Peso Normalizado . .	65
4.8	Multiplicação da Quantidade de Cidades Vizinhas Normalizada por seu Peso Normalizado	65
4.9	Pesos Finais das Cidades	65
4.10	Distâncias Ponderadas Totais das Cidades	68
4.11	Endereços dos Colégios Estaduais de Barra Mansa	69
4.12	Distâncias (Km) Entre Colégios	70
4.13	Critérios dos Colégios	73
4.14	Pesos Finais dos Colégios	76
4.15	Distâncias Ponderadas Totais dos Colégios	77

Capítulo 1

Introdução

A educação é tema de muita discussão. Profissionais da área educacional, estudantes, pais de alunos, políticos, ou seja, a sociedade tem propostas de melhorias para o sistema educacional brasileiro. Entretanto, ainda há pouco planejamento e investimento financeiro neste setor de grande importância para o país. Desta forma, precisa-se investir em estudos sistêmicos que buscam soluções para os problemas da educação brasileira.

A melhora de alguns indicadores que auxiliam a direção da educação, como a diminuição da taxa de analfabetismo, o aumento do tempo médio de estudo e da taxa de escolarização foram observados nos últimos anos, entretanto observa-se que a educação ainda está aquém do ideal para possibilitar ao país o desenvolvimento satisfatório [23].

Os principais fatores que contribuem para ineficiência deste setor são a gestão inadequada do governo, falta de planejamento na distribuição dos materiais, ausência de visão estratégica na localização dos colégios e dos setores que prestam serviços a eles, ou seja, estas deficiências impedem os avanços essenciais que a área educacional necessita, impossibilitando o crescimento econômico do Brasil [26].

É preciso investir em planejamento, como por exemplo, deve-se realizar estudos para decidir qual melhor bairro de localização de uma escola. A ausência de planejamento gera gastos desnecessários em todo setor logístico de entrega de materiais didáticos, tais como, livros, diários de classes, folhas de pontos, entre outros [23].

Uma escola mal localizada aumenta os gastos financeiros e também prejudica a acessibilidade dos funcionários e estudantes. Assim como os colégios, todos os setores da educação (secretaria de educação, setores administrativos, de supervisão, depósitos de materiais didáticos) precisam estar localizados em locais estratégicos, para melhorarem a eficiência dos serviços prestados [49].

Os estudos de localização de facilidades na área da educação trazem alguns benefícios, tais como: diminuição de tempo de locomoção dos alunos até a escola, redução dos gastos com transportes nas distribuições dos materiais didáticos aos colégios, funcionários mais satisfeitos. A localização de facilidades pode ser aplicada em outras áreas, como a da saúde, com instalações de hospitais e centrais de ambulâncias em regiões estratégicas, nas áreas comerciais, com a localização de lojas, empresas, entre outras. [50].

O problema das p -Medianas é um dos mais famosos problemas de localização de facilidades. Ele minimiza o somatório das distâncias das demandas (clientes) às facilidades (medianas) mais próximas. Ou seja, determina-se um ou mais locais em alguma região geográfica para instalar as facilidades (medianas). Os clientes se deslocam até as facilidades para poderem utilizar os serviços prestados por elas. Por exemplo, na localização de uma coordenadoria educacional, os diretores das escolas (clientes) se deslocam até a coordenadoria (mediana) para buscar equipamentos para suas escolas [49].

A área educacional pública está inserida em cenários complexos e de incerteza, sendo assim, para tomar uma decisão neste setor exige técnicas e análises detalhadas. A qualidade dos resultados encontrados no cenário decisório depende de um bom planejamento e da utilização de métodos adequados e confiáveis. A junção do conjunto dos modelos das p -Medianas com as técnicas do Apoio Multicritério à Decisão possibilita maior probabilidade de sucesso na área da educação.[36].

1.1 Considerações Iniciais sobre Coordenadorias de Educação

Uma coordenadoria de educação é responsável pela coordenação, orientação e supervisão dos colégios, oferecendo apoio à área administrativa. Fornece profissionais qualificados para trabalharem nas escolas e provê os recursos de infraestrutura e financeiros para custeamento das atividades e equipamentos de ensino das escolas pertencentes à rede [11].

De acordo com [11], a entrega dos materiais nas escolas, tais como livros didáticos, diários escolares, documentos, equipamentos é competência da coordenadoria. Desta forma, existe uma movimentação enorme de documentação, materiais, funcionários e professores entre as escolas e a coordenadoria de educação.

Devido aos fatores mencionados, a coordenadoria necessita estar localizada em um local estratégico, ou seja, um lugar perto de todas as escolas que estão sob sua responsabilidade, para que diminua o tempo no trajeto destes percursos, aumentando assim a

produtividade e rapidez das atividades realizadas.

A Coordenadoria de Educação da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro fica localizada na cidade de Volta Redonda que é responsável pelos noventa e dois colégios estaduais das cidades da região Médio Paraíba (Angra dos Reis, Barra Mansa, Itatiaia, Mangaratiba, Paraty, Pinheiral, Piraí, Porto Real, Quatis, Resende, Rio Claro e Volta Redonda).

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Analisar por meio do problema das p -Medianas, juntamente com as técnicas do Apoio Multicritério à Decisão, a atual localização da Coordenadoria de Educação da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro e verificar se este local é o mais adequado, ou seja, o melhor local para localizar a coordenadoria.

1.2.2 Objetivos Específicos

Esta dissertação busca de modo específico a:

- a) realizar uma revisão bibliográfica sobre o problema das p -Medianas;
- b) fazer uma revisão bibliográfica dos principais métodos de ponderações e normalizações de critérios do Apoio Multicritério à Decisão;
- c) definir os critérios, suas ponderações e normalizações que deverão ser considerados na análise do estudo de caso da localização da coordenadoria de educação, desenvolvendo uma modelagem que melhor se adapte à realidade apresentada;
- d) apresentar uma formulação matemática que resolva o problema do estudo de caso.

1.3 Justificativa da Dissertação

Existem relevantes trabalhos de problemas de p -Medianas na área da educação, como por exemplo, localizações de escolas na cidade de Vitória no estado do Espírito Santo [19], onde verifica-se o excesso ou escassez de vagas, fazendo assim uma possível reorganização das vagas oferecidas pelas escolas do município. Existem também trabalhos na área de

segurança (patrulhamento por viaturas da polícia) nas escolas da cidade de Curitiba no Paraná [53]. Entretanto, os estudos de localização dos setores da educação ainda são poucos explorados nos trabalhos acadêmicos.

A localização das facilidades dos setores educacionais (secretarias de educação, depósitos de materiais didáticos, centrais de inspeção escolar, entre outros) também são importantes para sociedade. Uma adequada instalação destes departamentos pode gerar bons resultados, tais como: redução de desperdícios, melhoria dos serviços realizados, aumento da satisfação dos funcionários e alunos, redução do tempo de trajeto dos diretores de escolas até a coordenadoria educacional [53]. Por estes motivos, escolheu-se o tema desta dissertação.

A escolha da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro para o estudo de caso ocorreu devido ao seu crescimento nas últimas décadas, com instalações de indústrias, surgimento de novos empregos, implantação de novas escolas e faculdades, ou seja, verificou-se a necessidade de uma melhoria da localização do setor educacional responsável por manter o funcionamento das escolas desta região.

1.4 Delimitações da Dissertação

No presente trabalho não foi possível obter os dados da área física das estruturas dos colégios candidatos a abrigar a Coordenadoria Regional de Educação, ou seja, não avaliou as dimensões dos colégios (área em metros quadrados dos prédios, a extensão de áreas livres, se suportaria a construção de novos prédios).

Com relação à abrangência do estudo de caso, limitou-se a região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro. Esta região engloba as cidades de Angra dos Reis, Barra Mansa, Itatiaia, Mangaratiba, Paraty, Pinheiral, Piraí, Porto Real, Quatis, Resende, Rio Claro e Volta Redonda [11].

1.5 Procedimento Metodológico

Para elaboração deste trabalho, além do uso da teoria relacionada ao problema das p -Medianas, utilizou-se o conjunto de técnicas de normalização e o método SMART de atribuição de pesos pertencentes ao Apoio Multicritério à Decisão, que auxiliou a determinação do melhor local para instalar a coordenadoria educacional, ou seja, todas estas ferramentas geraram embasamento teórico para aplicação prática no estudo de caso. Os

dados usados neste estudo são oriundos de informações quantitativas e qualitativas coletadas por meio de entrevistas com especialistas na área da educação, *sites* de Internet e também de dados oficiais divulgados pelo governo do Estado do Rio de Janeiro [11].

Na realização do estudo de caso foi utilizado o *MATLAB*[®] [37] para cálculos de normalizações e ponderações de critérios. O problema das p -Medianas foi resolvido por meio do *software* de otimização *CPLEX* [16] na versão 12.6, que por sua vez, utiliza o algoritmo *Branch and Bound* para encontrar as soluções ótimas. O *DEV C++* [15] foi importante na criação de um arquivo de entrada de dados usados pelo *CPLEX*. E o *Google Maps* [6] realizou os cálculos das rotas (distâncias) entre as cidades da região Médio Paraíba e entre os colégios da cidade eleita para instalar a coordenadoria educacional.

1.6 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos. Este capítulo apresenta a introdução, onde são feitas as considerações iniciais sobre o conceito de coordenadoria educacional, logo em seguida é exposto os objetivos, justificativa e delimitações da dissertação. É apresentado o procedimento metodológico e finaliza-se o capítulo com a estrutura do trabalho.

O segundo Capítulo exhibe alguns fatos da educação brasileira e suas características, em especial no Estado do Rio de Janeiro e em sua região Médio Paraíba.

No terceiro Capítulo, formula-se um referencial teórico sobre Pesquisa Operacional, abordando a Teoria dos Grafos, Apoio Multicritério à Decisão, Localização de Facilidade e o Problemas das p -Medianas.

No quarto Capítulo, apresenta-se o estudo de caso, que consiste na avaliação da atual localização da Coordenadoria de Educação da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro por meio das p -Medianas e das normalizações e ponderações do Apoio Multicritério à Decisão.

No quinto Capítulo, as conclusões da dissertação são relatadas. Em seguida, as sugestões de trabalhos futuros e por último, as referências bibliográficas.

Capítulo 2

Educação

O objetivo deste capítulo é apresentar os fatos históricos da educação brasileira, mostrando as diferentes modalidades de ensino e as principais características educacionais do Estado do Rio de Janeiro, principalmente as da região Médio Paraíba.

2.1 Educação Brasileira

A função de educar envolve acompanhamento, orientação, direção quanto à ação de externar as potencialidades do indivíduo, entre outras funções. É obrigação da educação transmitir e exercitar os direitos e deveres para o completo domínio da cidadania dos alunos envolvidos no processo de aprendizagem. A educação é um direito de todos brasileiros e é dever do Estado fornecer Ensino Fundamental gratuito [21].

O governo tem o dever de zelar pelo bom funcionamento da área educacional do país, ou seja, precisa verificar se o número de alunos numa sala de aula está adequado, se a carga horária está apropriada, se os materiais didáticos são suficientes para realizar um trabalho de qualidade, entre outras obrigações. O Brasil é um país continental, sendo assim, existem diferenças de uma região para outra, essas particularidades devem ser consideradas na execução dos trabalhos realizados nas diferentes regiões [10].

Atualmente, as maiores dificuldades da área educacional são a falta de preparo dos profissionais da educação, a discrepância do sistema educacional, gestão inadequada e a ausência de uma visão estratégica por parte da liderança do governo [26].

No cenário atual, é necessário uma abordagem para averiguar a ação da distribuição de vagas nas escolas e das verbas repassadas a estas. A ausência de uma metodologia ocasiona erros na distribuição dos recursos às instituições, provocando problemas sérios

nas unidades de ensino [23].

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a educação no Brasil deve ser gerida e organizada separadamente por cada nível de governo. A União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios têm função de gerir e organizar seus respectivos sistemas de ensino. Cada um desses sistemas educacionais públicos são responsáveis por sua própria manutenção, devem gerar fundos, bem como os mecanismos e fontes de recursos financeiros [20].

A educação brasileira passa por diferentes períodos e características no decorrer da história. No início, os povos e tribos indígenas embora não tivessem a técnica da escrita e leitura, possuíam conceitos e conhecimentos sobre a natureza, primordiais para sua sobrevivência. Com a chegada dos jesuítas, aconteceu uma ruptura drástica no sistema antigo, eles foram os responsáveis pela educação sistemática no país. Ensinar princípios morais, normas de comportamento, entretanto o principal objetivo era difundir o evangelho aos povos nativos [52].

Com passar dos anos, ocorreu um fato muito significativo para a época, a Reforma Pombalina, que buscava corrigir o traço formal e religioso do ensino apregoadado no Brasil. Logo em seguida, o período Imperial, com a proclamação da Independência por D. Pedro I em 1824 e a criação da primeira Constituição Brasileira. Esta constituição relatava que a instrução primária é gratuita e deve ser oferecida ao povo brasileiro [54].

Em 1934, a nova Constituição do Brasil assegurava que a educação é direito de todos, sendo aplicada pela família e pelos poderes públicos. A Revolução de 30 definiu a entrada do Brasil no cenário capitalista de produção, nesta etapa, a indústria passou a exigir uma mão-de-obra especializada, carecendo de investimentos em educação. No período do Estado Novo de Getúlio Vargas, foi fundado o SENAI e SENAC, onde jovens e adultos com baixa escolaridade eram atendidos em cursos rápidos, direcionados à ocupação específica [54].

De acordo com [54], os anos 60 foram marcados por profundas transformações no Brasil, com a criação do Ministério da Educação e Cultura (MEC), também houve a implantação de uma campanha de alfabetização para adultos baseada na didática de Paulo Freire. Entretanto, o golpe de Estado promovido pelos militares, com apoio de segmentos dominantes da sociedade brasileira, alterou de modo significativo o cotidiano do país, com influência em todos os setores da sociedade.

No período militar, muitos trabalhos realizados em momentos precedentes foram aban-

donados com o argumento de obterem caráter subversivos. Neste período, implantou-se o sistema Mobral, com objetivo de alfabetizar jovens e adultos. Entretanto em 1985, esse sistema foi encerrado devido às críticas da sociedade quanto aos resultados alcançados [47].

Com o fim do período de ditadura militar, observou-se que a educação era tratada com caráter político, e não mais pedagógico. Em 1988, um projeto para uma nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) foi enviado para a câmara federal e foi aprovado em dezembro de 1996. Mais recentemente em 2001, criou-se o Plano Nacional da Educação [23].

2.2 Modalidades da Educação

Segundo as Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, o sistema educacional é dividido em dois níveis: Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio) e o Ensino Superior (Graduação e Pós-Graduação). Existe ainda a Educação Profissionalizante, paralela à Educação Básica e Superior, Educação de Jovens e Adultos e também a Educação Especial (com características diferenciadas da tradicional) [20].

De acordo com [21], a Educação Básica deve ser obrigatória e gratuita a todos indivíduos, incluído aqueles que não cursaram na idade correta. Ela determina que os Municípios atuem preferencialmente na Educação Infantil com creches e pré-escolas e no Ensino Fundamental, os Estados e o Distrito Federal devem atuar prioritariamente no Ensino Fundamental e Médio.

Com relação à Educação Infantil, a Constituição Federal de 1988 relata que o Estado deve garantir esta modalidade de ensino, em creche e pré-escola, às crianças até cinco anos de idade [21].

A criança deve ser tratada como um sujeito de fato e de direito, tendo o processo de desenvolvimento respeitado. Segundo o Artigo 15, do Estatuto da Criança e do Adolescente, “A criança e o adolescente têm direito à liberdade, ao respeito e à dignidade como pessoas humanas em processo de desenvolvimento e como sujeitos de direitos civis, humanos e sociais garantidos na constituição e nas leis” [2].

Segundo o artigo 29 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação, “A Educação Infantil, primeira etapa da Educação Básica, tem como finalidade o desenvolvimento integral da criança até seis anos de idade, em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social,

complementando a ação da família e da comunidade.” [20].

O Ensino Fundamental faz parte de uma das etapas da Educação Básica, tendo duração de nove anos. A matrícula é obrigatória para todas as crianças com idade entre seis e quatorze anos. É de responsabilidade dos pais e responsáveis a matrícula dos filhos e do Estado pela garantia de vagas nas escolas públicas [10].

Já o Ensino Médio tem duração de três anos. Os estudantes precisam ter concluído o Ensino Fundamental antes de serem autorizados a cursarem esta modalidade de ensino. [10].

No Brasil, a Educação Superior é disponibilizada pelas faculdades, universidades, institutos superiores, centros universitários e centros de educação tecnológica, podendo ser oferecida por meio de formação em licenciatura, bacharelado ou formação tecnológica.

Os cursos de pós-graduação é a formação acadêmica e profissional oferecida àqueles que já concluíram um curso de graduação, cujo objetivo é formar professores de nível superior e fornecer especialização nas mais diferentes áreas de conhecimento. Existem o *lato sensu*, voltados à atuação profissional, com cursos de aperfeiçoamento, especialização, *Master in Business Administratio (MBA)*, que é destinado a administradores das áreas de gestão de empresas e gestão de projetos; e o *strictu sensu*, voltados à formação científica e acadêmica ligados à pesquisa, com os mestrados (com duração em média de dois anos) e doutorados (com duração média de quatro anos) [9].

A Educação Superior deve estimular o desenvolvimento da área científica, o lado reflexivo e também a criação cultural dos alunos. Esta modalidade de ensino deve preparar o aluno para o setor produtivo, estimulando o trabalho de pesquisa e seu crescimento profissional [23].

2.3 Educação no Estado do Rio de Janeiro

O Estado do Rio de Janeiro teve significativas melhoras na área educacional nos últimos anos. No ano de 2009, o seu Ensino Médio estava em penúltimo lugar no IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica). Já em 2011, passou para 15º entre todos os estados do Brasil. Com nota 3,2, o Rio de Janeiro bateu a meta de 3,1 estabelecida pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais) [8].

No ano de 2013, o estado do Rio de Janeiro conquistou a terceira melhor nota no *ranking* IDEB entre os estado brasileiros. Ou seja, subiu 23 posições desde o ano de 2009

[8].

Esses avanços aconteceram devido à Secretaria de Educação do Estado estabelecer metas para cada unidade escolar. Ela criou sistemas de avaliações internas a fim de mensurar a qualidade de suas escolas e possibilitar a correção de possíveis deficiências [5].

O SAERJ (Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Rio de Janeiro) existe desde 2008, sendo criado com objetivo de promover uma análise do desempenho dos alunos da rede pública do estado do Rio de Janeiro nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática.

O SAERJ tem como finalidade averiguar a qualidade do ensino e contribuir com a melhora da educação em todo estado. Os resultados apresentam dados para o planejamento de medidas corretivas em todos os níveis do sistema de ensino e servem para garantir ao estudante um ensino de qualidade [11].

De acordo com [11], o Estado do Rio de Janeiro criou a Fundação de Apoio à Escola Técnica (FAETEC) para acompanhar os avanços científicos e tecnológicos. Ela valoriza a pesquisa e inovação, priorizando o plano de desenvolvimento econômico e social do estado.

Hoje, o Estado do Rio de Janeiro possui sob sua administração direta cinco Instituições de Ensino Superior: a Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), a Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), o Centro Universitário Estadual da Zona Oeste (UEZO), os Institutos Superiores de Educação (ISE/FAETEC) e os Institutos Superiores de Tecnologia (IST/FAETEC) [10].

O Estado do Rio de Janeiro implantou a modalidade de Ensino a Distância para suprir as necessidades de uma parcela da população que não podiam frequentar o Ensino Regular. O Ensino a Distância foi disponibilizado em diversos pólos instalados em algumas cidades do Estado do Rio de Janeiro [5].

Neste cenário da Educação a Distância, a Fundação CECIERJ foi desenvolvida para atender a demanda operacional dos cursos do Consórcio CEDERJ. O Consórcio CEDERJ reúne o governo do Estado do Rio de Janeiro com a Fundação CECIERJ e oito universidades públicas (Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET), Instituto Federal Fluminense (IFF), Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF), Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Universidade Federal Fluminense (UFF), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ) e Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO). Desta forma, são oferecidos com qualidade e gratuidade, cursos a distâncias de universidades públicas [10].

2.4 Educação na Região Médio Paraíba

A educação na região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro até a década de 60 era voltada para o Ensino Fundamental, não possuindo instituições de Ensino Superior [3]. Os principais colégios nesta área são: Macedo Soares localizado na cidade de Volta Redonda, Barão de Aiuruoca em Barra Mansa e o Colégio Naval em Angra dos Reis.

Na Educação Superior, destaca-se na cidade de Resende, a AEDB (Associação Educacional Dom Bosco) que foi fundada em 1964. Os principais cursos de graduação são nas áreas de Engenharia, Educação, Saúde e Negócios [1]. Na mesma cidade, o Campus Regional de Resende da UERJ (Universidade do Estado do Rio de Janeiro) foi criado em 1993 para atender aos anseios da região Sul Fluminense. Conta atualmente com o curso de Engenharia de Produção [13]. Na cidade de Barra Mansa, destaca-se o UBM (Centro Universitário de Barra Mansa) pioneiro no Ensino Superior na região desde 1961. Hoje, apresenta diversos cursos, como por exemplo, Direito, Sistemas de Informação, Jornalismo, Música, entre outros [3].

Em Volta Redonda, o UniFOA (Centro Universitário de Volta Redonda) se diferencia, pois apresenta o único curso de Medicina da região Médio Paraíba criado em 1968 [4]. Atualmente, possui cursos de Ciências Contábeis, Nutrição, Odontologia, Engenharias, entre outros. Na Educação Superior pública, a Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda (EEIMVR) da Universidade Federal Fluminense (UFF) foi criada em 1961 para atender às necessidades do setor metalúrgico da região na área de Engenharia. Hoje, existem os cursos de Engenharias de Produção, Mecânica, Metalúrgica e Agronegócios, voltados para vários setores do mercado de trabalho. A UFF também possui o ICHS (Instituto de Ciências Humanas e Sociais) e o ICEx (Instituto de Ciências Exatas). O primeiro instituto tem como principais cursos: Administração, Administração Pública, Ciências Contábeis e Direito; já o segundo: Física, Matemática e Química [14].

Capítulo 3

Referencial Teórico

O objetivo deste capítulo é apresentar os conceitos da Pesquisa Operacional, tais como: a Teoria dos Grafos, Problemas de Localizações de Facilidades, Problema das p -Medianas e suas variantes, Apoio Multicritério à Decisão com a Metodologia de Atribuição de Pesos, e por fim, os principais trabalhos relacionados ao tema da dissertação.

3.1 Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional é uma ciência multidisciplinar direcionada à resolução de problemas do mundo real que busca melhorar ou otimizar determinada situação. Ela faz uso de modelos matemáticos, estatísticos e de algoritmos na ajuda à Tomada de Decisão [55].

Na avaliação das linhas de ações alternativas, encontram-se soluções que melhor convêm aos objetivos de determinada situação. Nesse processo, são desenvolvidos os modelos matemáticos que buscam uma representação da realidade por meio de combinações de símbolos e relações matemáticas com o intuito de solucionar problemas da melhor forma possível [12].

A Pesquisa Operacional, por meio dos modelos matemáticos habitualmente processados computacionalmente, aplica conceitos e métodos de outras disciplinas científicas na concepção, no planejamento ou na operação de sistemas para atingir seus objetivos. Procura introduzir elementos de objetividade e racionalidade nos processos de tomada de decisão, sem descuidar, no entanto, dos elementos subjetivos e de enquadramento organizacional que caracterizam os problemas [7].

Os estudos envolvendo a Pesquisa Operacional iniciaram durante a Segunda Guerra

Mundial. Era preciso solucionar problemas de natureza logística e que envolviam estratégia militar de grande dimensão e complexidade. Matemáticos, engenheiros, físicos e outros profissionais participaram de operações que resolviam esses problemas [39].

Neste período, os profissionais colocaram em prática o método científico nos problemas encontrados e criaram modelos matemáticos, baseados nos fatos reais dos momentos de guerra. Pôde-se aferir resultados hipotéticos das estratégias pensadas e das decisões alternativas [39].

A Segunda Guerra também teve seu lado positivo, muitos dos especialistas que estiveram envolvidos no planejamento das operações militares puderam dar prosseguimento em suas pesquisas, utilizando os conhecimentos adquiridos no desenvolvimento econômico dos seus respectivos países. Ou seja, a maioria dos envolvidos acabaram voltando às salas de aula para estudarem métodos específicos que auxiliaram na tomada de decisão, que foram denominados como Pesquisa Operacional [17].

Segundo [17], a Pesquisa Operacional teve uma aceitação significativa entre os pesquisadores e empresários da época devido aos benefícios financeiros gerados por ela. A sua utilização permitiu a avaliação de qualquer decisão antes mesmo da implementação de qualquer procedimento, possibilitando desta forma, a otimização dos processos.

Na década de 1950, com o surgimento de computadores digitais, tornou-se possível o uso de metodologias para resolução de inúmeros problemas práticos. Conforme a capacidade computacional aumentava, tornava-se possível a resolução de problemas cada vez mais complexos [39].

Apesar de considerar a Pesquisa Operacional, tendo como marco inicial a Segunda Guerra Mundial, muitos problemas de otimização já haviam sido abordados por pesquisas anteriores a Segunda Guerra. A Pesquisa Operacional acabou por incorporar todos estes problemas de otimização em áreas específicas, que hoje compõem a grande área da Pesquisa Operacional.

3.1.1 Técnicas da Pesquisa Operacional

Algumas das principais técnicas utilizadas pela Pesquisa Operacional são: Teoria dos Grafos, Programação Dinâmica, Programação Linear, Programação não Linear, Teoria das Filas, Teoria dos Jogos, entre outras [17].

De acordo com [17], a Teoria das Filas está ligada diretamente ao cotidiano das pes-

soas, pois é comum esperar em filas de banco, supermercado, lojas. Nesta teoria é necessário medir o comportamento dessas filas, associando medidas de desempenho, como por exemplo: tempo médio de espera dos clientes na fila, tempo médio de chegada de clientes, probabilidade de encontrar o sistema lotado, entre outras. A formação das filas acontece quando a demanda excede a capacidade do sistema de abastecer o serviço em um certo tempo. Os custos associados aos atrasos podem ser altos, como no caso da coleta de lixo ou nos sistemas emergenciais [17].

A Teoria das Filas, por meio de análises matemáticas detalhadas, encontra um ponto de equilíbrio que satisfaça o cliente (ou linha de produção) e seja viável economicamente ao provedor do serviço [17].

A técnica de Programação Linear possibilita descobrir a solução ótima de determinado problema. O termo linear significa que as equações do problema são lineares. Esta técnica permite a distribuição de recursos da melhor forma possível a fim de alcançar determinado objetivo. Neste contexto, devem ser consideradas as restrições e limitações na distribuição dos recursos para que haja maximização dos ganhos ou minimização dos custos. O desenvolvimento da Programação Linear foi um dos avanços científicos mais importantes do século passado. Atualmente, é uma ferramenta que poupou muitos recursos financeiros para muitas empresas no mundo e seu emprego avançou rapidamente [39].

Na técnica de Programação não Linear não há necessidade da existência de linearidade na função objetivo e restrições [39].

A Programação Dinâmica é utilizada em problemas de otimização que possuem uma série de escolhas a serem realizadas a fim de alcançar uma solução ótima. As aplicações dessa técnica ocorrem diante da necessidade de desenvolvimento de estudo entre as alternativas econômicas que viabilizem a decisão entre manter, construir ou comprar determinado equipamento. A Programação Dinâmica é utilizada em Gestão de Projetos, Problemas de Planejamento de Produção, Gestão de Estoques, Problemas de Corte e Empacotamento, entre outros. A sua principal característica é a decomposição do problema original em problemas menores e mais simples de serem solucionados [17].

A Teoria dos Jogos estuda decisões num cenário, onde os atores interagem entre si. Deve-se prever o movimento dos jogadores (atores), podendo ser concorrentes ou aliados, permitindo um posicionamento estratégico no jogo (negócio), possibilitando desta forma, que os resultados e objetivos sejam alcançados. Ou seja, a Teoria dos Jogos aborda as características gerais de situações competitivas de caráter formal e abstrato, dando

evidência aos procedimentos de tomada de decisão dos adversários [39].

Pra finalizar, existe também a Teoria dos Grafos, que está englobada na vida diária, por exemplo, nos transportes urbanos, problemas de roteirização, no cálculo da menor distância de um ponto ao outro de uma cidade, entre outros. Esta teoria tem aplicações em diversas áreas, estando ligada diretamente aos Problemas de Localização de Facilidades, desta forma, dedicou-se a Seção 3.2 para este assunto [46].

3.2 Teoria dos Grafos

Diferente de muitas áreas da Matemática que foram determinadas por problemas envolvendo cálculos e movimento, o desenvolvimento da Teoria dos Grafos se deu por meio de problemas envolvendo jogos e quebra-cabeças. Do ponto de vista matemático parecia insignificante, mas apesar da aparente banalidade, os estudos de grafos cada vez mais chamavam a atenção de matemáticos pelos seus resultados teóricos de uma surpreendente variedade e profundidade [31].

De acordo com [31], a Teoria dos Grafos está englobada na vida diária, por exemplo, nos transportes urbanos, problemas de roteirização, até mesmo no problema de colorir mapas. Tem aplicações em diversas ciências, tais como: Engenharia, Telecomunicações, Rotas Ótimas, Logística, entre outras.

Em [46], os autores relatam que os estudos sobre grafos iniciaram no século XVIII com Euler. A partir de uma questão relevante para a arquitetura, mais especificamente para o planejamento urbano, ele formulou no ano de 1736 o primeiro problema, que seria chamado posteriormente de Teoria dos Grafos. O problema das pontes de Königsberg (atualmente Kaliningrado), na Prússia, questionava se existia um caminho em que se pudesse cruzar apenas uma vez cada uma das sete pontes que passam sobre o rio Nagel e ligam duas ilhas centrais, passando pelas quatro áreas e retornando ao ponto de partida, conforme Figura 3.1.

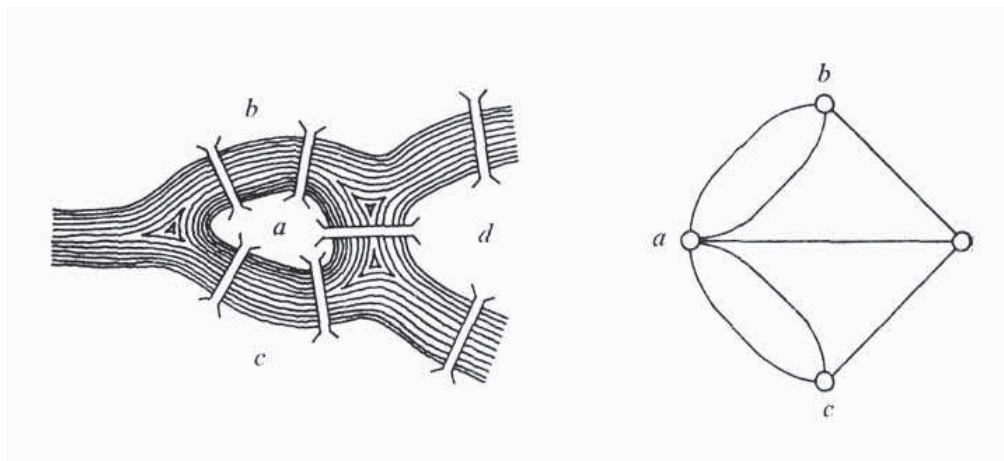


Figura 3.1: Pontes de Königsberg e a Representação em Grafos
Fonte: [46]

Euler construiu um diagrama simplificado (Figura 3.1), onde as ilhas e as margens são representadas por pontos (a, b, c, d) e as pontes pelas linhas que unem esses pontos. Para chegar à conclusão da não existência de solução para esse problema, Euler analisou que para cada ponto da cidade deveria haver uma chegada e uma partida e que elas deveriam ser distintas. Verificou-se a impossibilidade, pois não existiriam formas de cruzar uma ponte apenas uma única vez [46].

Em muitos problemas, identificam-se conjuntos de elementos fundamentais que mantêm relação entre si, como por exemplo, um conjunto de cidades e um conjunto de estradas que ligam estas cidades, um conjunto de reservatórios e bairros de um município, a representação de uma rede de aquedutos de uma região, entre outros [55].

Estas relações podem ser representadas por meio de uma estrutura especial denominada grafo ou rede. Problemas de otimização em redes aparecem em diversas aplicações e em diversas formas. Eles envolvem o transporte ou fluxo de itens de um nó a outro na rede com um determinado objetivo. As aplicações surgem na transmissão de água, no transporte de carga em uma rede viária, nos programas de computadores que geram transmissão de rádio que atendem limites de duração e preferências do programador, entre outras [28].

Nos problemas de otimização em redes, uma grande quantidade de situações podem ser modeladas e resolvidas com uma variedade de algoritmos de otimização. No século XX, houve um grande interesse sobre o estudo da Teoria dos Grafos desencadeando no patamar que se encontra hoje [17].

3.2.1 Conceitos Básicos de Grafos

Segundo [55], um grafo é uma notação simples e abstrata empregada para representar a ideia de relação entre elementos. É representado por uma figura composta de vértices (nós), que correspondem aos elementos. Os vértices são conectados por traços, chamados arestas (arcos), representando a relação imaginada. Matematicamente, um grafo é representado por $G = (V, A)$, onde V é o conjunto de vértices e A é o conjunto de ligações (arestas) entre vértices. Estas ligações podem ser, por exemplo, o tempo ou a distância do trajeto de um vértice ao outro.

Na Figura 3.2, o grafo tem no total cinco vértices (B, C, D, E, F) e seis arestas (que ligam os vértices) com seus respectivos pesos.

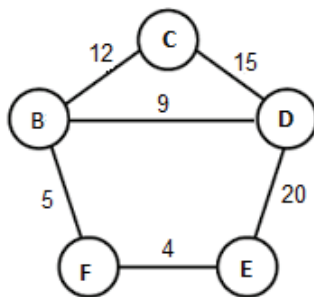


Figura 3.2: Exemplo de Grafo
Fonte: Próprio Autor

Um grafo pode ser não orientado ou orientado. O primeiro tipo, ocorre quando o sentido das ligações entre os vértices não é considerado. A Figura 3.3 apresenta um exemplo de um grafo não orientado, que representa uma rede de computadores em um escritório. A transmissão de dados se dá tanto do computador V_1 para o V_3 , quanto de V_3 para o V_1 [55].

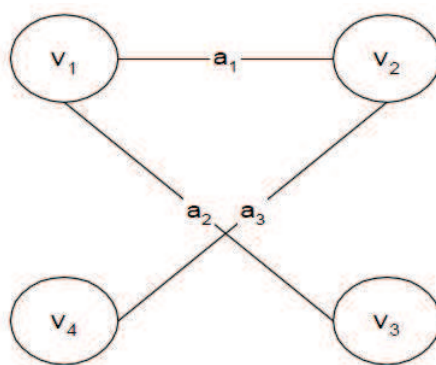


Figura 3.3: Exemplo de Grafo não Orientado
Fonte: Próprio Autor

Já o grafo orientado, o sentido das ligações entre os vértices é considerado. A Figura 3.4 mostra um exemplo deste tipo de grafo [55].

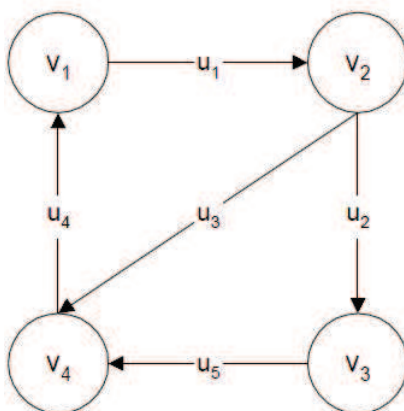


Figura 3.4: Exemplo de Grafo Orientado
Fonte: Próprio Autor

O grafo misto ocorre quando possui arestas direcionadas e não direcionadas. A Figura 3.5 mostra um exemplo deste grafo [55].

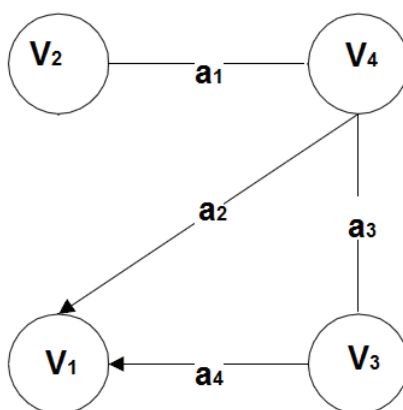


Figura 3.5: Exemplo de Grafo Misto
Fonte: Próprio Autor

3.2.2 Principais Problemas da Teoria dos Grafos

A Teoria dos Grafos é um ramo da Matemática que estuda as relações entre os objetos de um determinado conjunto. Estruturas que podem ser representadas por grafos estão em toda parte, e muitos problemas de interesse prático podem ser formulados. O desenvolvimento de algoritmos para manipular grafos é um importante tema para diferentes áreas, como a Ciência da Computação e a Engenharia [17].

A Teoria dos Grafos aborda diversos problemas, como por exemplo, de Caminho Máximo, Problema do Caixeiro Viajante, Problema do Carteiro Chinês, entretanto os mais utilizados são os de Caminho Mínimo, Árvore Geradora Mínima e Fluxo Máximo.

O problema da Árvore Geradora Mínima consiste em encontrar, dado um grafo com arestas ponderadas, uma estrutura de conexão (árvore) em que todos os nós se conectem (direta ou indiretamente) uns aos outros. Essa estrutura deve possuir o menor peso possível, ou seja, menor somatório dos pesos das arestas escolhidas [46].

Segundo [55], a Árvore Geradora Mínima é aplicada em projeto de redes de telecomunicação, projeto de rede transporte (rodovias, ferrovias, entre outras), projeto de redes de transmissão de energia. Um exemplo interessante é o da construção de estradas pavimentadas que ligam várias cidades rurais. A estrada deve passar por todas as cidades e visando um projeto econômico do sistema rodoviário, recomenda-se minimizar o comprimento total da estrada pavimentada. Sendo assim, para obter o melhor resultado possível deve-se utilizar o problema da Árvore Geradora Mínima.

O problema de Fluxo Máximo visa determinar a maior quantidade de fluxo que pode

passar por um dado grafo, ou qual o menor custo associado a uma quantidade de fluxo. O objetivo é maximizar o fluxo de um ponto de origem (ou fonte) até um ponto de destino (ou sorvedouro), respeitando as restrições de fluxo de cada arco da rede [31].

As aplicações do problema de Fluxo Máximo são bastante amplas, podendo envolver: fluxos de água, óleo, ou vapor através de uma rede de tubos, fluxo máximo de veículos em um sistema de transporte, capacidade máxima de uma linha de produção de um produto. [31].

O Problema do Caminho Mínimo tem papel fundamental nos problemas de p -Medianas, sendo assim, dedicou a Seção 3.3 a ele.

3.3 Problema do Caminho Mínimo

O problema do Caminho Mínimo consiste na minimização do custo de percurso, tempo, ou distância entre dois vértices de um grafo [55].

Ao consultar um mapa, pode-se dizer à primeira vista que achar um caminho é algo que dispensa reflexões, por exemplo, estando em um município e precisa ir a um outro, necessita apenas decidir o modo de transporte, seja de carro, ônibus, trem ou mesmo a pé [46].

Segundo [46], esta simplicidade é enganosa. De fato, nem na vida diária a questão é assim tão simples, porque deslocamentos custam dinheiro e deseja-se gastar a menor quantia possível. Além disso, quando desloca-se a pé em uma cidade, não existe preocupação com o sentido obrigatório do tráfego das ruas, ao passo que utilizando um carro, isto passa a ser obrigatório, influenciando o itinerário a ser usado. Sendo assim, um algoritmo de Caminho Mínimo é importante na escolha das melhores rotas.

De acordo com [33], o Caminho Mínimo pode também ser explorado no âmbito da logística e transporte. Pela disseminação e popularização dos mapas digitais e dos sistemas de informação geográfica, o usuário pode encontrar em poucos segundos o menor caminho entre dois endereços quaisquer. Outras aplicações que envolvem o envio de veículos em tempo real (guinchos, ambulâncias) também dependem da determinação rápida do menor caminho entre dois pontos.

Os algoritmos de Caminho Mínimo podem ser utilizados em diversos problemas de otimização: problema de Corte de Estoque, problema de Dimensionamento de Lotes, problema de Corte de Estoque acoplado ao Planejamento da Produção, entre outros [33].

Um enfoque muito interessante sobre Caminho Mínimo foi em [28]. Apresentaram um modelo que foi implementado em um programa utilizável em microcomputadores, visando auxiliar o trabalho de programação musical em estações de rádio. A montagem de cada modelo específico é feita pelo programa com base na entrada de dados feita pelo programador, a qual inclui a eventual indicação de restrições sobre a sequência a ser feita. Sendo assim, o trabalho abriu novos caminhos para a utilização da Teoria dos Grafos em um contexto habitualmente distanciado das aplicações tradicionais.

Enfim, o objetivo básico do problema do Caminho Mínimo, na linguagem de grafos, consiste em encontrar o caminho de menor custo ou distância entre dois vértices quaisquer de um grafo, orientado ou não.

Existem pelo menos três tipos de subproblemas de Caminho Mínimo a serem examinados: entre dois vértices, de um vértice a cada um dos demais vértices, e o que une cada par de vértices do grafo.

Para resolução deste problema de Caminho Mínimo existem determinados algoritmos, como por exemplo, de *Dijkstra* e o algoritmo de *Floyd*.

O algoritmo de *Dijkstra* foi desenvolvido para determinar o caminho mais curto entre o nó de origem e qualquer outro nó da rede (destino). Já o algoritmo de *Floyd* permite a determinação do caminho mais curto entre quaisquer dos nós da rede [55].

3.4 Problema de Localização de Facilidades

Desde os primórdios, os Problemas de Localização de Facilidades estão presentes na vida dos seres humanos por causa dos benefícios oriundos de suas aplicações no cotidiano. Os homens primitivos lutavam por sobrevivência, percorriam grandes distâncias em busca de alimentos, com isso as construções de suas moradias teriam que estar localizadas em locais estratégicos para minimizarem os deslocamentos [50].

De acordo com [50], constata-se que no mundo contemporâneo, os principais fatores que determinam a utilização dos problemas de localização são: as vantagens econômicas, minimização de tempo e o bem-estar do ser humano.

Fermat e Torricelli se basearam na geometria euclidiana, sendo os pioneiros nos estudos de localização. No âmbito industrial, Weber foi o precursor, com trabalhos relacionados à distribuição de matérias-primas ao mercado consumidor [50].

No século passado, o crescente aumento de interesse nos problemas de localização ocor-

reu durante a década de 60, quando os primeiros modelos matemáticos foram definidos. Atualmente, os problemas de Localização de Facilidades são de caráter multidisciplinar. Eles são abordados em modelagens que envolvem elaborações geométricas e são solucionados com algoritmos [34].

A Localização de Facilidades tem objetivo de decidir lugares (posições geográficas) para localizar e instalar determinadas facilidades. Estas facilidades devem atender as necessidades dos clientes, otimizando determinado fator de decisão (lucro, distância percorrida, quantidade de pedidos de um produto, quantidade de chamadas de emergência, entre outros). As facilidades podem ser: hospitais, escolas, lojas. Já os clientes são: gestantes, estudantes, compradores [50].

Os Problemas de Localização de Facilidades são abordados pela Teoria dos Grafos. Conceitos importantes de grafos são utilizados, como por exemplo, o cálculo das distâncias entre os vértices [55].

Os modelos de Localização de Facilidades podem ser representados num grafo, onde os vértices são os pontos de demanda. As arestas que os unem, representam a ligação (distância) entre dois pontos de demanda (vértices) do grafo. O conjunto dos vértices do grafo representam os possíveis pontos de instalação de uma facilidade.

Nos problemas relacionados à localização de indústrias, os fatores fundamentais são os econômicos, pois os lucros são essenciais para os empresários, já nos problemas relacionados à segurança e saúde pública, os fatores ligados à rapidez de atendimento (tempo) e bem-estar dos usuários são primordiais [18].

Segundo os autores citados em [40] *apud* [22], a demora no envio de ambulância nos casos de emergência hospitalar pode agravar a situação dos pacientes, por isso é tão importante a redução do intervalo de tempo de socorro às vítimas.

O tempo dos deslocamentos das ambulâncias aos locais das chamadas de emergências pode ser reduzido, caso elas estejam localizadas em locais (vértices) estratégicos do grafo. Quando as chamadas são atendidas, as ambulâncias não podem se afastar grandemente dos demais usuários, sendo assim, devem estar localizadas em locais centrais, permitindo atender de forma eficiente e rápida a toda população de uma região pré-definida [34].

Decidir onde e como instalar facilidades em locais geográficos é uma atividade estratégica que envolve muitas organizações e recursos. Uma instalação de uma facilidade mal planejada, provavelmente gerará prejuízos para a organização, muitas vezes, não conseguindo alcançar metas pré-estabelecidas. Por exemplo, uma delegacia deve ser localizada

num lugar que atenda da melhor forma possível às ocorrências de uma cidade.

Um outro exemplo, são as empresas que fornecem energia elétrica, elas precisam conhecer os melhores locais de instalação dos aparelhos, ou seja, as chaves e transformadores elétricos devem estar localizados nos lugares que atendam de maneira satisfatória às necessidades da população.

Um caso que os recursos distribuídos (facilidades) se deslocam até os clientes são os táxis, que podem proporcionar um atendimento mais eficiente caso estejam localizados em locais estratégicos que agilizem o atendimento às ligações dos clientes [27].

Os setores públicos e privados apresentam diferenças de objetivos. No setor privado, o objetivo é maximizar lucros ou minimizar custos, e suas aplicações envolvem normalmente, fábricas, depósitos, torres de transmissão, lojas de franquias. Já no setor público, a preocupação é a maximização do benefício oferecido à sociedade [44].

Os problemas de Localização de Facilidades no setor público são divididos em localizações de serviços emergenciais, como por exemplo: hospitais, estações de corpo de bombeiro, postos de ambulâncias, e serviços não emergenciais, tais como: os aterros sanitários, colégios, entre outros.

No setor privado, principalmente no meio empresarial, a Localização de Facilidades é utilizada na etapa do planejamento a longo prazo. Sabe-se que a boa localização da empresa é um fator que faz diferença num ambiente competitivo, isso garante a redução dos custos logísticos e consegue o atendimento ao cliente de forma satisfatória. Por exemplo, uma indústria deve estar localizada em local adequado, ou seja, perto dos clientes que comprarão os produtos produzidos e também dos fornecedores que irão lhe entregar a matéria-prima [42].

De um modo geral, os problemas de Localização de Facilidades almejam atingir apenas um objetivo, entretanto alguns problemas podem exigir a otimização de mais de um objetivo, como por exemplo, na entrega de determinado produto, deve-se reduzir o tempo de percurso, ao mesmo tempo, minimizar os custos com transporte. Desta forma, ao buscar uma solução para um problema com mais de um objetivo, deve-se verificar os possíveis conflitos entre eles e reduzir a influência destes conflitos na solução do problema [27].

É necessário também verificar a eficiência de uma solução, ou seja, é preciso que todos os objetivos do problema sejam otimizados, não esquecendo nenhum deles. Muitas vezes, é mais viável transformar um problema multiobjetivo em um problema somente com um

objetivo, facilitando a solução do mesmo [27].

3.4.1 Problema de Localização de Facilidades no Âmbito Escolar

A educação é reconhecida como alicerce primordial no desenvolvimento de um país. O Brasil teve significativas melhoras na parte de ensino com relação à universalização da Educação Básica, redução do analfabetismo, ampliação do Ensino Superior, entretanto o país precisa vencer antigos problemas, como a evasão escolar, péssima infraestrutura de determinadas escolas, despreparo dos professores e outros desafios mencionados nos meios de comunicação [26].

Na área educacional, a criação e fechamento de colégios ocorrem de forma desordenada. A falta de sucesso neste setor acontece devido à falta de planejamento e estudos específicos relacionados à distribuição espacial destas escolas. A má localização de um colégio ou de setores que prestam serviços a ele gera prejuízos financeiros e também dificulta a acessibilidade aos locais de ensino, tanto de alunos, quanto de funcionários [49].

A distribuição espacial das escolas e dos departamentos educacionais numa região geográfica é um assunto de primordial importância, ou seja, deve-se questionar: qual melhor local para instalar (construir) uma escola? Este assunto ainda é muito pouco debatido e priorizado nos dias atuais. É imprescindível que haja mais discussões, debates e principalmente estudos sobre este tema, pois tem influência direta no sucesso da instituição de ensino.

Com o aumento do trânsito nas cidades, tornando-se mais demorado o transporte de materiais didáticos, documentos, livros didáticos, dos setores responsáveis aos colégios, é imprescindível que haja investimento e um bom planejamento nesta logística de transportes e na escolha dos locais de instalações dos setores educacionais [49].

Por exemplo, a escolha do local de um depósito de materiais didáticos (giz de quadro, livros, carteiras, entre outros) das escolas públicas de uma cidade, pode ser feita por meio de estudos específicos que envolvam conceitos de problema de Localização de Facilidades. Este depósito não pode estar afastado das principais escolas abastecidas, pois acarretará prejuízos no andamento do serviço. Ou seja, o estudo de localização decidirá qual o melhor local (bairro) para construir este depósito, melhorando o fluxo da entrega dos materiais escolares.

Na área educacional, existe ainda a central de inspeção escolar (grupos de funcionários que percorrem escolas de uma área geográfica e verificam a qualidade dos serviços nestes

loais). Esta central deve ficar em um lugar que facilite a locomoção dos funcionários e minimize o tempo e as distâncias percorridas.

Finaliza-se esta Seção, relatando a importância da Coordenadoria de Educação da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro para todos os colégios estaduais pertencentes a esta região. Esta coordenadoria foi criada para gerenciar e administrar os colégios de toda região Médio Paraíba (Angra dos Reis, Barra Mansa, Itatiaia, Mangaratiba, Paraty, Pinheiral, Piraí, Porto Real, Quatis, Resende, Rio Claro e Volta Redonda). Ela é responsável por abastecer esses colégios com materiais didáticos, diários escolares, folhas de ponto, entre outros serviços. Os diretores das escolas necessitam ir semanalmente à coordenadoria para poderem prestar contas dos gastos escolares.

Sendo assim, esta coordenadoria necessita estar localizada em uma cidade central, ou seja, perto de todas as outras cidades da região Médio Paraíba, para que os serviços sejam otimizados e haja redução do intervalo de tempo dos trajetos dos diretores escolares até a coordenadoria.

3.4.2 Método de Resolução dos Problemas de Localização de Facilidades

Os métodos matemáticos de localização podem ser classificados em Exatos, Heurísticos e de Simulação.

Os métodos Exatos garantem uma solução matemática ótima do problema, ou uma solução com precisão aceitável. Apresentam-se, como exemplo, os métodos de programação matemática, onde se destaca a Programação Linear Inteira.

Os métodos Exatos apresentam certas desvantagens, pois exigem grande tempo de processamento e uso exacerbado da memória dos computadores. Entretanto, os avanços da informática possibilitam que estes métodos sejam processados mais rapidamente [18].

A Simulação é um método de representação matemática de um sistema que envolve lógicas e cálculos que são executados num computador. Os métodos de Simulação não encontram soluções ótimas como os Exatos, todavia auxiliam no momento de tomar decisões. Em determinadas situações, a compreensão dos métodos matemáticos é complexa, desta forma, a aplicação do método de Simulação torna-se mais interessante que os outros métodos.

Os métodos Heurísticos, por sua vez, também não asseguram a solução ótima do problema, entretanto permitem encontrar boas soluções, por meio de várias alternativas

[18].

O Estudo de Caso desta dissertação apresenta-se como um método Heurístico, pois apesar de utilizar o software de otimização *CPLEX Optimization Studio (IBM)* [16] que gera soluções matemáticas ótimas (Método Exato), utiliza técnicas do Apoio Multicritério à Decisão (Método Heurístico), com os métodos de atribuições de pesos, opiniões de especialistas na escolha dos critérios e suas importâncias.

3.5 Problema das p -Medianas

O problema das p -Medianas iniciou no século XVII, Pierre de Fermat sugeriu encontrar um ponto (mediana) no plano, dados os vértices de um triângulo (três pontos no plano), de tal forma, que o somatório das distâncias entre cada um dos vértices e a mediana fosse o mínimo possível [51].

Weber no ano de 1929, começou os estudos que envolviam a aplicação de medianas em problemas de localização. Com estudos na área comercial, ele desejava minimizar a distância de uma fábrica aos mercados consumidores e fornecedores de matéria-prima. Com este trabalho, iniciou-se a metodologia das p -Medianas. Inspirado nos trabalhos de Fermat com os triângulos, Weber colocou pesos nos três vértices do triângulo para simular pedidos de clientes. Neste novo caso, era preciso encontrar a mediana que melhor abrigasse um equipamento, com objetivo de atender aos pedidos dos três clientes [51].

Mais recentemente nos anos 60, o autor citado em [38] desenvolveu problemas parecidos aos de Weber, com intuito de determinar medianas num grafo. Ele mostrou que nem todas as soluções ótimas deste problema possuem medianas exatamente localizadas nos vértices, entretanto existe sempre um conjunto de p vértices que minimizam a função objetivo.

Sendo assim, um dos modelos mais conhecidos dos problemas de localização é o problema das p -Medianas, cujo objetivo é minimizar a soma de todas as distâncias de cada ponto de demanda (cliente) à facilidade (mediana) mais próxima. O problema consiste na determinação do melhor lugar para instalar exatamente p facilidades [30].

Existe ainda o problema das k -Medianas, a diferença para o p -Medianas ocorre nas restrições de instalações das facilidades. Neste problema não precisa usar exatamente o máximo de facilidades permitidas, e sim até o limite máximo, ou seja, pode-se utilizar menos que o total de facilidades existentes no cenário estudado.

Existem casos em que o prestador de serviço (mediana) se desloca até os clientes para fornecer o serviço. Já em outros, o cliente que percorre distâncias até chegar às medianas, indo de sua origem até o local onde o serviço é oferecido. No primeiro caso, pode citar como exemplo, uma ambulância se deslocando até o local do acidente para socorrer as vítimas (clientes). Já no segundo caso, um aluno (cliente) indo assistir suas aulas, ele se desloca até o local de ensino (mediana). Nos dois casos, é importante que a minimização do somatório das distâncias entre clientes e medianas seja realizada [50].

Segundo [50], podem existir muitas outras combinações entre clientes e facilidades no mundo atual, tais como: doente e hospital, eleitor e posto eleitoral, consumidor e posto de serviço, loja e centro de distribuição, entre outras.

3.6 Problema das p -Medianas não-Capacitado

Existem vários tipos de modelos de p -Medianas que se enquadram nas mais diversas situações do mundo real. Um dos mais importantes é o modelo das p -Medianas não-Capacitado, que muitas vezes é chamado apenas como p -Medianas.

Neste tipo de modelo não existem restrições de capacidades das facilidades (medianas), ou seja, uma mediana pode atender a qualquer quantidade de clientes.

Uma formulação matemática do problema das p -Medianas não-Capacitado é apresentado pelas Equações (3.1) à (3.5) [50].

Variáveis binárias:

$$\bullet \ x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a demanda do cliente } i \text{ é atendida pela mediana } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Constantes:

- N conjunto de clientes e possíveis localizações de mediana.
- d_{ij} distância do cliente i até a mediana j .
- w_i pesos (impotâncias) dos clientes i .
- p quantidade de medianas a serem localizadas.

$$MinZ = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} w_i d_{ij} x_{ij} \quad (3.1)$$

S.a.

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1; \quad i \in N \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jj} = p \quad (3.3)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj}; \quad i, j \in N \quad (3.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}; \quad i, j \in N \quad (3.5)$$

A função objetivo (3.1) representa a minimização das distâncias ponderadas (multiplicação do peso w_i pelas distâncias d_{ij} entre os clientes e as medianas). As restrições (3.2) garantem que cada cliente é alocado a somente uma facilidade. As restrições (3.3) asseguram que somente medianas oferecem serviços aos clientes e também determina a quantidade de medianas que serão instaladas. As restrições (3.4) afirmam que um cliente somente é atendido num local onde exista uma mediana que ofereça os serviços. As restrições (3.5) impõem que a variável seja binária, ou seja, assumo valor zero ou um [50].

3.7 Problema das p -Medianas Capacitado

O problema das p -Medianas Capacitado apresenta diferenças para o p -Medianas não-Capacitado, a principal delas é a restrição de capacidades na instalação das facilidades (medianas) que ocorre no modelo capacitado. Por exemplo, pode-se limitar que um bar (facilidade) faça entregas de lanches aos clientes que moram somente nos cinco bairros mais próximos a ele.

Sendo assim, os cinco bairros próximos ao bar estão cobertos por ele, ou seja, podem receber as entregas de lanches, entretanto os outros bairros mais afastados devem ser atendidos por outros bares. Desta forma, ocorre uma limitação no campo de entregas da facilidade (bar). O problema das p -Medianas Capacitado cria grupos com as menores distâncias entre as medianas e os clientes, considerando as restrições de capacidade de cada mediana [50].

Muitos sistemas apresentam essa particularidade, como por exemplo, rede de telefonia, cujas antenas (medianas) têm um limite de distância que podem atender (capacidade).

Nas redes elétricas também ocorrem limitações nas áreas de determinadas regiões.

Muitas vezes, as limitações (capacidades) das medianas são desconsideradas, entretanto em algumas situações, as soluções dos problemas ficam inviáveis, não refletindo a realidade dos fatos [27].

O problema das p -Medianas Capacitado pode ser expresso por meio das Equações (3.6) à (3.10):

$$Min Z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} w_i d_{ij} x_{ij} \quad (3.6)$$

S.a.

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1; \quad i \in N \quad (3.7)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jj} = p \quad (3.8)$$

$$\sum_{i \in N} w_i x_{ij} \leq Q_j x_{jj}; \quad j \in N \quad (3.9)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}; \quad i, j \in N \quad (3.10)$$

A diferença entre o modelo das p -Medianas Capacitado para o p -Medianas não-Capacitado são as restrições (3.9), que vinculam o cliente i à instalação j . Ou seja, agora existe a capacidade de atendimento Q_j da mediana x_{jj} .

Observa-se que ocorre a troca das restrições (3.4) do método de p -Medianas não-Capacitado pelas restrições (3.9) [50].

3.8 Problema das p -Medianas com Custos Fixos

Um dos modelos mais conhecidos das p -Medianas é com Custos Fixos. A diferença básica do problema das p -Medianas não-Capacitado e Capacitado para o p -Medianas com Custos Fixos ocorre durante a minimização da função objetivo, deve-se levar em consideração o custo para instalar ou construir determinada facilidade (mediana). Este modelo é bastante empregado no âmbito empresarial, pois os custos fixos de instalação estão sob cuidados das empresas, assumindo os ganhos e perdas que obtiverem.

As distâncias entre os vértices no processo de localização de facilidades são muito

importantes, entretanto existem outros fatores de extrema relevância na construção de uma instalação (mediana), como por exemplo, os custos desta construção. Sendo assim, é necessário realizar a análise do caso, verificando quais são os interesses da empresa [50].

Como exemplo, imagina-se a construção de uma loja. Encontra-se um local ideal para construir tal estabelecimento, localizando-a no centro de uma cidade, todavia os custos com impostos são altíssimos, ou seja, os custos fixos desta instalação serão muito grandes se comparados aos de instalação em um bairro mais afastado do centro. Sendo assim, deve-se ver as necessidades dos donos e analisar se é viável ou não a construção desta loja em determinado local.

Em alguns casos, instala-se uma empresa num lugar onde haverá aumento de demanda de produtos, aumentando as vendas para os clientes, entretanto ocorrerá também aumento do custo de instalação desta empresa, tornando-se inviável esta instalação neste determinado lugar.

O problema das p -Medianas com Custos Fixos pode ser dividido em não-capacitado e problema capacitado. Ele pode ser expresso por meio das Equações (3.11) à (3.15):

$$MinZ = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} w_i d_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in N} f_j x_{jj} \quad (3.11)$$

S.a.

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1; \quad i \in N \quad (3.12)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jj} = p \quad (3.13)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj}; \quad i, j \in N \quad (3.14)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}; \quad i, j \in N \quad (3.15)$$

A função objetivo (3.11) expressa a diferença em relação ao modelo das p -Medianas não-Capacitado e Capacitado. É acrescentado o custo fixo f_j de cada instalação j . Nesta função objetivo (3.11) é realizada a minimização da soma das distâncias ponderadas entre os clientes e as facilidades (medianas) e dos custos dessas novas facilidades [50].

3.9 Apoio Multicritério à Decisão

O Apoio Multicritério à Decisão é uma das áreas da Pesquisa Operacional. Ele clarifica o cenário decisório, apoiando as decisões a serem tomadas, podendo ou não em seu modelo matemático, considerar a opinião de especialistas. O Apoio Multicritério à Decisão não busca a solução ótima, e sim uma solução de consenso.

Decisão é a atitude adotada quando existe mais de uma alternativa para a solução de determinado problema. Até quando só existe uma única alternativa, é preciso optar por adotá-la ou não. Nas atividades mais simples do cotidiano das pessoas, pode-se observar a presença da tomada de decisões, como por exemplo: Usar o computador? Escutar música? Jogar bola? Ler um livro? Ou seja, esta primeira decisão certamente resultará em outras decisões, por exemplo, ao se decidir sobre se lerá ou não um livro, acarretará a obrigação de uma nova decisão, que seria: Qual livro deseja-se ler? [35].

A todo o momento os seres humanos estão realizando escolhas e renúncias. Tomar uma decisão não é uma atitude simples, a escolha de alternativas num universo com vários fatores envolvidos, exige a realização de análises profundas das possibilidades, pois afetará diretamente na qualidade do resultado adquirido na escolha decisória [41].

O Apoio Multicritério aborda problemas de decisões quando estes utilizam mais de um critério (parâmetro) para analisar as alternativas, que por sua vez, são as soluções do problema abordado [36].

Desde os primórdios, as tomadas de decisões são executadas de acordo com as necessidades de cada período histórico. Na pré-história, as decisões eram tomadas seguindo os impulsos naturais e instintos dos seres humanos. Nos dias atuais, as decisões estão voltadas ao desenvolvimento econômico dos membros envolvidos no processo.

Na década de 1960, ocorreu um crescimento de organizações que estudavam os problemas de decisão. Neste período, criou-se um grupo para “Apoio à Tomada de Decisão”, com matemáticos, estatísticos, cientistas da computação, economistas e especialistas em Pesquisa Operacional.

Na década de 1970, nasceram os primeiros métodos para os problemas de decisão no ambiente multicritério. Nesta época, os estudiosos perceberam que determinadas decisões não podiam ser tomadas considerando somente um critério de decisão. Sendo assim, surgiram as metodologias do Apoio Multicritério à Decisão, que passaram a incorporar mais de um critério nas soluções dos problemas e também adotaram critérios subjetivos

[41].

O processo de seleção das melhores alternativas nos problemas de decisão com múltiplos critérios possui algumas escolas, das quais se destacam a Escola Americana e a Escola Francesa.

A Escola Americana baseia-se na Teoria da Utilidade, cujos problemas são modelados matematicamente pela maximização da função utilidade, que representa a utilidade de cada alternativa. Por meio dessa função, é atribuída a cada alternativa uma nota que permite a ordenação de todas as alternativas, da melhor até a pior. A alternativa preferida, a de maior utilidade, é aquela que possui a maior nota. Desta forma, os métodos da Escola Americana auxiliam na construção da função utilidade conforme as preferências do decisor [48].

Na Escola Francesa, os métodos admitem um modelo mais flexível do problema, pois não pressupõem, necessariamente, a comparação entre as alternativas e não impõem ao analista de decisão uma estruturação hierárquica dos critérios existentes [48].

Os métodos de análise de problemas para Tomada de Decisão avançaram muito atualmente. Os principais utilizadores são os órgãos governamentais, acadêmicos ou grandes empresas. Observou-se que a utilização dessas ferramentas no processo decisório melhora significativamente a qualidade dos resultados dos processos [41].

3.9.1 Critérios na Tomada de Decisão

Os critérios são considerados como uma opinião ou como um item de significância. À medida que é determinado o conjunto de critérios no processo decisório, os decisores ou agentes de decisão (podendo ser uma pessoa, um grupo, um comitê, uma companhia) definem suas preferências em relação à escolha ou não de determinada alternativa [36].

Em algumas situações, determinadas decisões são tomadas utilizando apenas um único parâmetro (critério) de análise, realiza-se a mensuração somente deste critério. Por exemplo, na compra de um computador, analisando somente o critério custo, verifica-se qual é o computador mais barato e adquire-o. Entretanto, a maioria dos problemas de decisão consiste em escolher uma alternativa em um conjunto de alternativas possíveis sob a influência de pelo menos dois parâmetros (critérios), sendo assim, um problema multicritério [35].

Em determinados casos, é preciso tomar decisão por meio de critérios que não são

mensuráveis quantitativamente, ou seja, critérios subjetivos expressos qualitativamente por meio de juízos de valor, todavia eles podem ser explicitados e convertidos para escalas que expressem em termos numéricos sua significância [35].

3.9.1.1 Valoração dos Critérios

Nos problemas multicritérios, alguns critérios são mais ou menos relevantes que outros. Observa-se que a medida que retrata a importância entre eles é denominada peso dos critérios. O conjunto de pesos relacionados aos diferentes critérios de um sistema é chamado de vetor de pesos [36].

Os pesos dos critérios são fatores primordiais e decisivos no resultado de um problema, influenciando e alterando os resultados obtidos. Desta forma, a atribuição de pesos aos critérios de um problema precisa ser feita de maneira cautelosa, retratando honestamente as preferências dos decisores [36].

A atribuição de pesos aos critérios deve ser feita por comparação, ordenando-os de acordo com suas importâncias. Adota-se o maior peso ao critério classificado como o mais importante. Deve-se mensurar as distâncias em importância entre um critério e outro por meio de escalas [36].

Esta comparação entre os critérios deve ser realizada de forma a expressar a realidade dos fatos, caso isto não aconteça, os resultados não estarão refletindo a situação real dos problemas e gerarão prejuízos às organizações envolvidas no cenário estudado [36].

Para alcançar resultados coerentes, não pode-se levar em consideração as impressões, sentimentos e crenças dos decisores, pois senão, atrapalharão as tomadas de decisões. É preciso haver certa imparcialidade, para não afetar negativamente o resultado do problema, ou seja, deve-se aumentar a objetividade e diminuir a subjetividade [36].

Os principais métodos de atribuição de pesos são:

a) *Ordinal (Ranking Methods)*

No método *Ordinal*, o decisor não tem liberdade na escolha dos valores numéricos dos pesos dos critérios, já existem fórmulas pré-estabelecidas que calculam os pesos dos critérios no cenário de decisão.

Essa atribuição pode ser utilizada nas situações em que os critérios estão classificados em uma escala ordinal ou em escala verbal. O decisor não escolhe os valores numéricos dos pesos dos critérios, ele apenas faz a ordenação dos critérios de acordo com suas

importâncias e aplica as fórmulas já estabelecidas para o cálculo dos pesos, ou seja, os valores dos pesos já são pré-fixados de acordo com a fórmula escolhida. A Equação 3.16 apresenta um exemplo de fórmula de atribuição de pesos.

$$W_j = \frac{\frac{1}{r_j}}{\sum_{k \in n} \frac{1}{r_k}} \quad (3.16)$$

O n é o número de critérios; o número 1 indica o critério de maior importância e o de número n , o de menor importância; r_j é a classificação do critério dentro dos n critérios que é representada pelo número j ; W_j é o peso do critério j .

Exemplificando, consideram-se os critérios c_1 , c_2 e c_3 , onde $c_1 > c_2 > c_3$, em ordem de importância. Sendo assim, os seus respectivos pesos são apresentados nas Equações 3.17, 3.18 e 3.19.

$$W_{c_1} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 0,545 \quad (3.17)$$

$$W_{c_2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 0,272 \quad (3.18)$$

$$W_{c_3} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 0,181 \quad (3.19)$$

b) *SMART (Simple Multi Attribute Rating Technique)*

No método *SMART*, o decisor tem uma liberdade maior na atribuição dos pesos se comparado ao método *Ordinal*. Os passos abaixo exemplificam o procedimento deste método:

1º Passo: Os critérios são colocados em ordem de acordo com suas importâncias, ou seja, deve haver uma ordenação dos critérios pelo decisor em conformidade com a realidade do cenário estudado.

2º Passo: Com os critérios já ordenados, o decisor precisa examinar a importância relativa de cada um e deve associar valores numéricos aos respectivos critérios. O decisor

precisa arbitrar um valor numérico ao critério de menor importância e depois ir mensurando os pesos (valores numéricos) dos demais, obedecendo a ordem crescente até chegar ao critério mais importante.

c) Atribuição Direta de Peso ou Pontuação Direta (*Direct Rating*)

O método de Atribuição Direta ocorre quando pergunta-se ao decisor diretamente o peso que ele adotará para cada critério, ou seja, ele tem total liberdade na atribuição dos pesos aos critérios. Apresenta-se desta forma, a importância relativa (pesos) de cada um, logo em seguida, os pesos são normalizados.

d) *AHP (Analytic Hierarchy Process)*

Neste método existe uma comparação entre os critérios do cenário estudado. Deve-se responder a pergunta: Quanto este critério é mais importante que o outro? Por meio de escalas numéricas, deve-se construir uma tabela de importâncias.

e) *Swing Weighting*

Neste método, o decisor atribui 100 para o critério que considera ser o mais importante, elevando-o a maior pontuação. Depois, deve-se eliminar tal critério do cenário em questão.

O decisor reavalia todos critérios restantes dentro do cenário estudado e seleciona outra vez o critério que deseja elevar e atribui um valor inferior a 100. Depois faz novamente o mesmo procedimento com os outros critérios.

f) *Trade-off Weighting*

Neste método, o decisor considera duas alternativas hipotéticas que são diferentes somente em dois critérios, continuando iguais nos demais. O decisor por sua vez, variará a pontuação das alternativas dentro somente destes dois critérios, desta forma, obterá inequações que vão definir os pesos dos critérios [36].

3.9.1.2 Normalização dos Critérios

Muitos dos cenários que envolvem mais de um critério fazem uso de escalas diferentes na avaliação das alternativas, sendo assim, para que haja uma análise coerente da situação é preciso que os valores do problema sejam normalizados critério por critério para poderem ser comparados.

As principais fórmulas dos procedimentos de normalização são apresentadas pelas Equações (3.20) à (3.23).

$$x_{inorm} = \frac{x_i}{\max x_i} \quad (3.20)$$

$$x_{inorm} = \frac{x_i - \min x_i}{\max x_i - \min x_i} \quad (3.21)$$

$$x_{inorm} = \frac{x_i}{\sum x_i} \quad (3.22)$$

$$x_{inorm} = \frac{x_i}{(\sum x_i^2)^{0,5}} \quad (3.23)$$

Dentre as fórmulas de normalizações, apenas as Equações (3.20) e (3.22) conservam a proporcionalidade dos valores depois de realizarem a normalização. Sendo assim, elas são adequadas quando deseja-se manter a real integridade de proporção entre os valores dos critérios do cenário [36].

3.10 Trabalhos Relacionados

Existem trabalhos sobre p -Medianas cujas aplicações afetam diretamente a vida das pessoas envolvidas no cenário do estudo. A área da Saúde, Educação, Energia, Petróleo, campos relevantes e necessários à população, são exemplos de setores que já foram explorados por estudos de p -Medianas.

Na área da Saúde, os autores citados na referência bibliográfica [43], estudaram a melhor forma de localizar facilidades que auxiliam no controle de uma epidemia de dengue na cidade de Salvador.

Os autores mencionados na referência [34] realizaram estudos de localização de postos de saúde. Este mesmo assunto foi abordado pelo trabalho mencionado em [32], que realiza um estudo que localiza da melhor forma possível as unidades de saúde da cidade de Curitiba, de forma a atender a toda população local.

Na área de Segurança Pública, destaca-se o trabalho citado em [45], envolvendo a cidade do Rio de Janeiro. Avaliou-se o nível de criminalidade nos bairros cariocas por meio de estudos específicos, determinando dois bairros para instalarem duas bases de helicópteros para combaterem os crimes no município.

Os autores mencionados na referência [24] fizeram um trabalho que apresenta um algoritmo para a resolução do problema referente à alocação ótima de bancos fixos de capacitores em sistemas de distribuição de energia elétrica.

Na área de Petróleo, o trabalho mencionado em [29], determina o melhor local para instalação de poços e unidades produtoras, tendo objetivo de melhorar a performance do reservatório e otimização do petróleo.

Na área Educacional, os autores listados na referência [49] citam determinados trabalhos relevantes ao setor. O problema das p -Medianas foi utilizado para sugerir possíveis localizações de escolas em algumas cidades, como por exemplo, Nilópolis, Nova Iguaçu, Fortaleza, para atenderem de forma igualitária a todas as regiões da cidade em questão.

O trabalho mencionado em [25] também envolve o setor da Educação, com localizações de unidades de Ensino Infantil na cidade de Cascavel no estado do Paraná. Ou seja, este trabalho tem objetivos de limitar os deslocamentos e equilibrar a distribuição das unidades escolares pela cidade, não permitindo áreas desprovidas e outras com um número alto de unidades.

Capítulo 4

Estudo de Caso

As questões sobre localização e operação de facilidades têm sido estudadas ao longo dos anos. Buscam-se soluções que possam atenuar as consequências decorrentes de uma atuação ineficiente, em especial, que atendam à sociedade acerca de suas expectativas. A localização de facilidades desafia aqueles que têm a missão de planejar os sistemas públicos, precisando responder da melhor forma às necessidades dos cidadãos, como por exemplo, dos estudantes e suas famílias.

Este capítulo apresenta um estudo de caso que busca por meio das p -Medianas, aliado às técnicas de ponderações e normalizações do Apoio Multicritério à Decisão, avaliar a atual localização da Coordenadoria de Educação da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro, e de acordo com os resultados obtidos, determinar um outro local de instalação desta coordenadoria. Primeiramente, foram apresentadas todas as coordenadorias educacionais do Estado do Rio de Janeiro e suas funções, depois a abrangência da área do estudo de caso, os objetivos, as ferramentas que foram utilizadas, a divisão do estudo, a aplicação dos algoritmos, os resultados obtidos, e por último, as Análises de Sensibilidade e Validação.

4.1 Coordenadorias Regionais de Educação do Estado do Rio de Janeiro

O Estado do Rio de Janeiro tem noventa e dois municípios (Figura 4.1), que por sua vez, são subdivididos pela Secretaria de Educação (SEEDUC) em quinze coordenadorias (Médio Paraíba; Centro Sul; Baixadas Litorâneas; Norte Fluminense; Noroeste Fluminense; DIESP; Serrana 1 e 2; Metropolitana 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7). Cada coordenadoria é responsável pelas escolas pertencentes aos seus municípios [11].

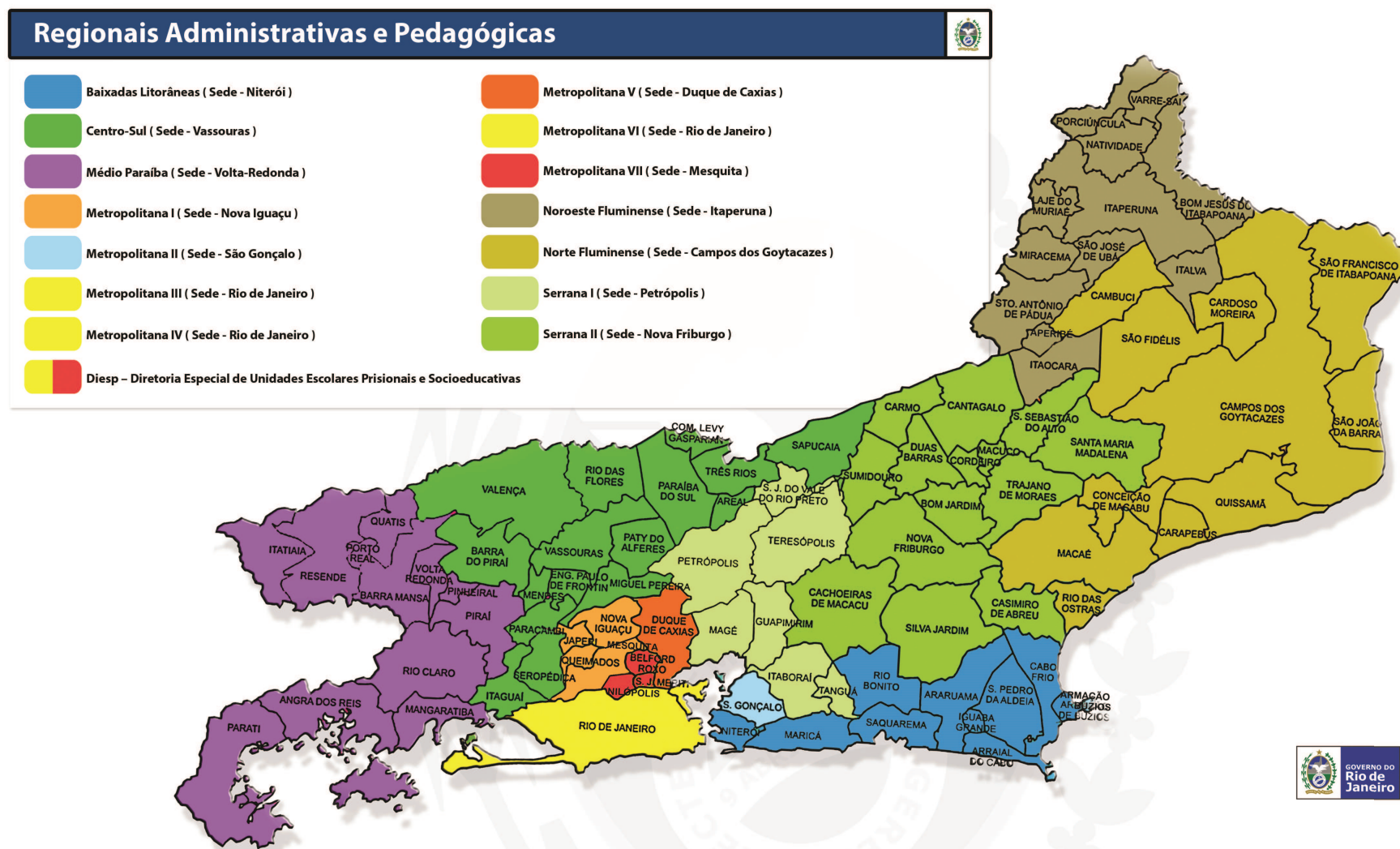


Figura 4.1: Regionais Educacionais do Estado do Rio de Janeiro
Fonte: [11]

As coordenadorias educacionais são responsáveis pelas políticas relacionadas às suas regiões, atuando na coordenação, orientação e supervisão das escolas, oferecendo suporte administrativo e pedagógico à Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro [11].

A Coordenadoria Regional de Educação tem como funções o fornecimento de profissionais qualificados às escolas, provimento de recursos financeiros e de infraestrutura para manutenção das atividades nas instituições de ensino de sua região. Ou seja, a entrega dos materiais nos colégios, tais como: livros didáticos, diários escolares, documentos, equipamentos é função da coordenadoria regional. Além disto, as diretoras escolares precisam ir semanalmente a este local para entregarem documentos, relatórios de prestações de contas, entre outros serviços. Os professores, orientadoras educacionais, secretárias também necessitam ir à coordenadoria regional quando são solicitados. Desta forma, existe uma movimentação enorme entre as escolas e as coordenadorias [11].

Sendo assim, a Coordenadoria Regional Educacional precisa estar localizada em um lugar estratégico, ou seja, perto de todas as escolas da regional, para que diminua o tempo dos percursos, aumentando a produtividade e rapidez das atividades realizadas.

Observando o funcionamento das coordenadorias do estado do Rio de Janeiro, pôde-se notar as dificuldades no transporte de materiais e na locomoção de funcionários dos setores da educação. Por isso, surgiu a necessidade de um estudo para otimizar os serviços destas coordenadorias.

4.2 Área do Estudo de Caso

Escolheu-se a região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro para realização do estudo de caso. Ela engloba as cidades de Angra dos Reis, Barra Mansa, Itatiaia, Mangaratiba, Paraty, Pinheiral, Piraí, Porto Real, Quatis, Resende, Rio Claro e Volta Redonda. Atualmente, a Coordenadoria Regional de Educação da região Médio Paraíba está localizada no bairro São João, na cidade de Volta Redonda.

A escolha desta região ocorreu devido ao seu crescimento nas últimas décadas, com instalações de indústrias, surgimento de novos empregos, implantação de novas escolas, faculdades, ou seja, verificou-se a necessidade de uma melhoria da localização do setor educacional responsável por manter o funcionamento das escolas estaduais da região Médio Paraíba. A Figura 4.2 apresenta as cidades pertencentes a esta região.



Figura 4.2: Região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro
Fonte: [16]

4.3 Metas do Estudo de Caso

Este estudo tem como meta a determinação da melhor cidade da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro para instalar a Coordenadoria Regional de Educação, utilizando as p -Medianas e ferramentas do Apoio Multicritério à Decisão. Esta coordenadoria é responsável pelas escolas estaduais das cidades de Angra dos Reis, Barra Mansa, Itatiaia, Mangaratiba, Paraty, Pinheiral, Piraí, Porto Real, Quatis, Resende, Rio Claro e Volta Redonda.

Ou seja, deseja-se determinar uma dessas cidades para abrigar a Coordenadoria Regional de Educação do Médio Paraíba. Esta cidade precisa estar perto de todas as outras da região, onde as distâncias ponderadas sejam as menores possíveis e os gastos com transporte sejam minimizados.

Caso a cidade determinada não seja Volta Redonda (atual cidade de localização da coordenadoria), será preciso encontrar, nesta nova cidade, um local para instalar esta coordenadoria. Para aproveitar a parte física dos colégios já pertencentes à rede estadual de educação, deseja-se determinar uma escola desta nova cidade, para ali instalar a Coordenadoria Regional de Educação da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro. Esta etapa fará uso das p -Medianas e ferramentas do Apoio Multicritério à Decisão, que

também foram utilizados na primeira parte do estudo (determinação da cidade da região Médio Paraíba).

Sendo assim, por meio das p -Medianas e do método *SMART* de atribuição de pesos, pretende-se definir exatamente o local de instalação da Coordenadoria Regional de Educação, atendendo da melhor forma possível às necessidades dos setores educacionais da região Médio Paraíba, otimizando os processos de entregas de materiais didáticos, documentos, movimentação dos professores, funcionários administrativos, entre outros.

4.4 Ferramentas Utilizadas

O *MATLAB*® [37] foi utilizado no estudo de caso por meio de códigos computacionais para determinação da normalização dos critérios, suas ponderações e dos pesos finais das cidades e escolas estaduais.

O software de otimização *CPLEX Optimization Studio (IBM)* [16], que contém rotinas que resolvem problemas matemáticos, como por exemplo, Programação Linear e não-Linear, Programação Inteira, Quadrática. Ele utiliza o algoritmo *Branch and Bound*, sendo primordial para os cálculos das p -Medianas.

O *Dev C++* [15] foi necessário na criação de um arquivo de entrada de dados, utilizado pelo *CPLEX* [16]. Ele reúne em apenas um arquivo, os dados do algoritmo feito no *MATLAB*® e outras informações importantes do estudo de caso.

O *Google Maps* [6] foi utilizado para calcular as distâncias entre as cidades e depois no cálculo das distâncias entre os colégios. Ele calcula a rota mais curta entre dois ou mais pontos (endereços), podendo ser consultados alguns meios de transporte, como por exemplo, automóvel, transportes coletivos (ônibus). Para o estudo de caso, utilizou-se a opção de realizar o trajeto de automóvel.

Na realização do estudo de caso, os testes computacionais foram realizados num computador com *Windows 7 Ultimate*, processador *Intel 2.93 GHz*, memória *ram* de 2,00 *GB*, sistema operacional de 32 *bits*.

4.5 Divisão do Estudo de Caso

O estudo de caso está dividido em duas partes: a primeira, consiste na determinação da cidade da região Médio Paraíba para instalar a Coordenadoria Regional de Educação.

Na segunda parte do estudo de caso, se a cidade determinada na primeira parte do estudo for Volta Redonda (atual cidade de localização da coordenadoria), a localização da coordenadoria ficará no mesmo local de instalação. Entretanto, se o resultado da primeira parte do estudo de caso for uma outra cidade da região Médio Paraíba (diferente de Volta Redonda), será necessário realizar a segunda parte deste estudo de caso.

Esta segunda parte, consiste na determinação de um colégio estadual pertencente à cidade escolhida anteriormente na primeira parte, para ali instalar a Coordenadoria Regional de Educação, que será responsável por todas unidades escolares estaduais da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro. A Figura 4.3 apresenta o fluxograma do Estudo de Caso.

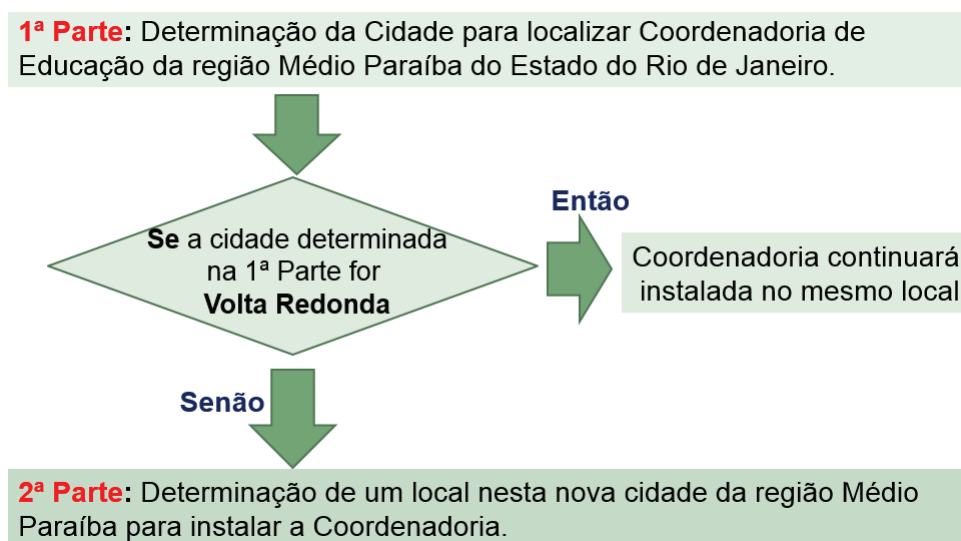


Figura 4.3: Fluxograma do Estudo de Caso
Fonte: Próprio Autor

4.5.1 Determinação da Cidade Onde Localizar Coordenadoria (1ª Parte)

Este tópico realizará os procedimentos metodológicos para determinação da cidade da região Médio Paraíba que instalará a Coordenadoria Regional de Educação. Para aplicação das p -Medianas, primeiramente deve-se calcular as distâncias entre as cidades da região, para isto é necessário especificar pontos de referências para realização dos cálculos por meio do *Google Maps* [6].

Para encontrar a melhor rota entre duas cidades (menor caminho), os pontos de referências foram localizados nos terminais rodoviários de cada cidade, pois são locais

estratégicos instalados em áreas centrais dos municípios, e muitos funcionários do setor da educação utilizam ônibus para se locomoverem. A única exceção foi a cidade de Porto Real, por não possuir rodoviária, localizou-se este referencial no ponto de ônibus da rua Professora Júlia Graciane Marassi, no bairro Nova Colônia. A Tabela 4.1 exibe os endereços das rodoviárias.

Cidades	Endereços das Rodoviárias
Angra dos Reis	Avenida Almirante Jair Carneiro Toscano de Brito, Balneário
Barra Mansa	Avenida Joaquim Leite, Centro
Itatiaia	Avenida Waderbilt Duarte de Barros, Casal Garcia I
Mangaratiba	Avenida Mangaratiba, Centro
Paraty	Rua Jango Pádua, Patitiba
Pinheiral	Rua Coronel Joaquim Ferreira, Centro
Piraí	Praça da Independência, Centro
Quatis	Rua Nossa Senhora do Rosário, Centro
Resende	Avenida Jefferson Geraldo Bruno, Agulhas Negras
Rio Claro	Rodovia Presidente Getúlio Vargas, Estação
Volta Redonda	Avenida dos Trabalhadores, Centro

Tabela 4.1: Endereço das Rodoviárias das Cidades

Fonte: Próprio Autor

Com os pontos de referências já definidos, as distâncias entre as cidades foram encontradas escolhendo a menor rota por meio do *Google Maps* [6]. Montou-se a matriz de distâncias em quilômetros entre as cidades da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro (Tabela 4.2).

É importante observar que, muitas vezes, a distância do trajeto de uma cidade à outra possui um valor, enquanto o seu percurso inverso fornece um outro valor, isso acontece devido ao sentido das ruas, tem rua que é mão-dupla, tem outras que são contramão, sendo assim, os trajetos são diferentes.

Por exemplo, na Tabela 4.2, a distância de Angra dos Reis à Itatiaia é de 141 Km, já a distância de Itatiaia à Angra dos Reis é de 140 Km. Esta diferença acontece, pois são diferentes os percursos de ida e volta.

	Angra dos Reis	Barra Mansa	Itatiaia	Mangaratiba	Paraty	Pinheiral	Piraí	Porto Real	Quatis	Resende	Rio Claro	Volta Redonda
Angra dos Reis	0	98,3	141	53,7	96,5	95	96,7	118	120	127	59,2	92,6
Barra Mansa	95	0	45,7	80,6	152	24,6	40,9	22,7	24,8	32,3	36,5	11
Itatiaia	140	46,4	0	125	207	75,4	83,7	34,1	36,3	14,7	81,3	61,9
Mangaratiba	54,4	82,9	125	0	148	79,6	81,3	102	104	112	44,6	77,2
Paraty	95,6	155	208	148	0	162	164	185	187	194	126	170
Pinheiral	94,3	24,4	69,3	79,9	162	0	26,6	46,3	48,4	55,9	35,8	14,1
Piraí	96	40,8	83,2	81,6	163	25,6	0	60,1	62,3	69,8	37,5	34,3
Porto Real	117	23,3	32,6	102	184	48,8	60,5	0	5,1	19,3	58,1	40,8
Quatis	119	25,9	35,8	105	187	50,3	63,1	5,2	0	22,4	60,7	41
Resende	126	32,2	14,6	111	193	56,6	69,4	19,9	22	0	67	47,3
Rio Claro	58,5	39,1	81,4	44,9	126	35,8	37,5	58,4	60,5	68	0	33,4
Volta Redonda	91,7	10,3	58,3	77,3	169	14,4	34,9	33,9	37,7	45,3	33,2	0

Tabela 4.2: Distâncias (Km) Entre Cidades

Fonte: Próprio Autor

4.5.1.1 Aplicação das p -Medianas nas Cidades

O estudo não leva em consideração a capacidade e nem os possíveis custos de construção da parte física dos prédios. Ou seja, determinará apenas o local a ser instalada a coordenadoria. Sendo assim, o problema das p -Medianas não-Capacitado (Equações 3.1 à 3.5) é que será utilizado neste estudo.

Utilizando os dados do estudo de caso na formulação do problema (Equações 3.1 à 3.5), N é o conjunto de cidades, i pertence a N . Observa-se que i representa as cidades da região Médio Paraíba (Angra dos Reis, Barra Mansa, Itatiaia, Mangaratiba, Paraty, Pinheiral, Piraí, Porto Real, Quatis, Resende, Rio Claro e Volta Redonda).

Sabe-se que j pertence a N , j representa as cidades candidatas a instalar a coordenadoria educacional, ou seja, todas as cidades da região Médio Paraíba.

Compreende-se que p é o número de medianas a serem localizadas, número de cidades que abrigarão de fato a coordenadoria.

O w_i é o peso ou importância da cidade i , uma cidade pode ser menos ou mais importante que as demais, podendo ter pesos diferentes.

A função objetivo (3.1) representa a minimização das distâncias ponderadas (multiplicação do peso w_i de cada cidade específica pelas distâncias d_{ij} desta cidade em relação às outras).

Com relação às restrições, a (3.2) garante que cada cidade é alocada a somente uma mediana (cidade escolhida para instalar a coordenadoria). Na (3.3), somente a mediana oferece o serviço proposto às outras cidades. A (3.4) afirma que uma cidade somente é atendida por uma cidade que seja mediana. E a (3.5) impõe que a variável seja binária, ou seja, assumam valor zero ou um.

O estudo de caso da região Médio Paraíba possui um total de 12 cidades. Deseja-se instalar apenas uma coordenadoria, sendo assim:

- a) $N=12$.
- b) i, j variam de 1 à 12.
- c) $p=1$.

Este estudo irá utilizar as propriedades de ponderações e normalizações do Apoio Multicritério à Decisão para calcularem os pesos (importâncias) w_i das cidades da região Médio Paraíba. Estes pesos serão colocados na função objetivo (3.1) do algoritmo das

p -Medianas.

4.5.1.2 Critérios das Cidades

Observando a função objetivo (3.1), o w_i representa o peso (importância) de cada cidade, ou seja, as cidades têm importâncias diferentes de acordo com os critérios analisados. Para definir os critérios que seriam adotados no estudo de caso, realizaram-se pesquisas com vinte especialistas da área da Educação do Estado do Rio de Janeiro que pertencem à região Médio Paraíba, ou seja, pessoas envolvidas diretamente nos processos analisados.

Numa reunião realizada na Coordenadoria Regional de Educação do Médio Paraíba localizada na cidade de Volta Redonda, doze diretores escolares, quatro professores e quatro secretárias escolar decidiram em consenso que os critérios para mensurarem a importância das cidades da região Médio Paraíba seriam: “Número de Colégios” que cada cidade tem, “Quantidade de Cidades Vizinhas” pertencentes à região Médio Paraíba que cada município possui.

O critério “Número de Colégios” foi escolhido, pois quanto mais colégios a cidade tiver, maior será o fluxo de documentação e funcionários entre esta cidade e a coordenadoria. Sabe-se também que semanalmente os diretores das escolas precisam ir à coordenadoria para poderem prestar conta dos gastos escolares, sendo assim, este critério é muito importante para o estudo, pois também expressa a quantidade de diretores nas cidades.

O critério “Quantidade de Cidades Vizinhas” também é relevante. Ele calcula o número de municípios vizinhos, pertencentes à região Médio Paraíba, que cada cidade candidata a abrigar a coordenadoria possui. Quanto mais municípios vizinhos pertencentes à região Médio Paraíba a cidade candidata tiver, mais importante ela será, pois estará localizada em um local mais centralizado da região Médio Paraíba. Notam-se também que as passagens de ônibus intermunicipais entre cidades vizinhas possuem menores preços, comparadas às que não são.

A Tabela 4.3 mostra os valores dos critérios utilizados das cidades do Médio Paraíba. Por exemplo, a cidade de Resende possui 13 escolas. Observando o mapa das regionais (Figura 4.1), ela é vizinha de 4 cidades da região Médio Paraíba (Itatiaia, Porto Real, Quatis e Barra Mansa).

Cidades	Nº de Colégios	Quantidade de Cidades Vizinhas
Angra dos Reis	14	3
Barra Mansa	17	5
Itatiaia	1	1
Mangaratiba	3	2
Paraty	3	1
Pinheiral	2	2
Pirai	3	3
Porto Real	1	3
Quatis	1	3
Resende	13	4
Rio Claro	3	4
Volta Redonda	31	3

Tabela 4.3: Critérios das Cidades

Fonte: Próprio Autor

A Figura 4.4 exibe a quantidade de colégios que cada cidade da região Médio Paraíba possui. Observa-se que Angra dos Reis, Barra Mansa, Resende e Volta Redonda são os municípios que possuem as maiores quantidades de escolas.

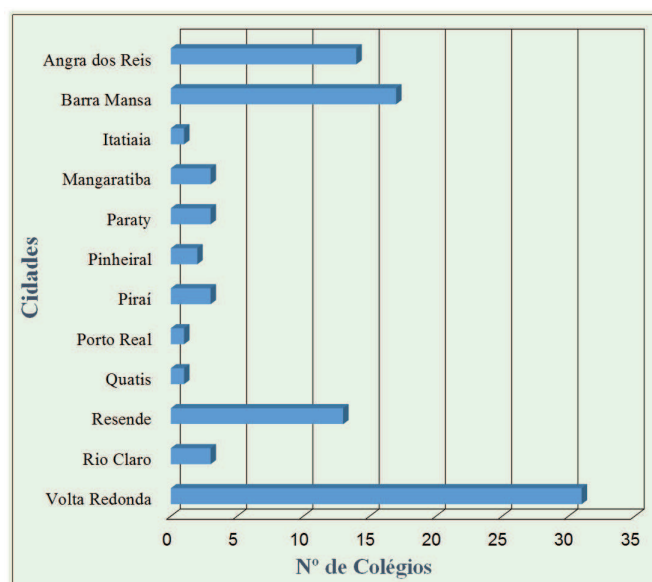


Figura 4.4: Relação entre Cidades e Número de Colégios

Fonte: [16]

Já a Figura 4.5 mostra a quantidade de cidades vizinhas que cada município da região Médio Paraíba possui. Nota-se que Barra Mansa, Resende e Rio Claro possuem as maiores quantidades.

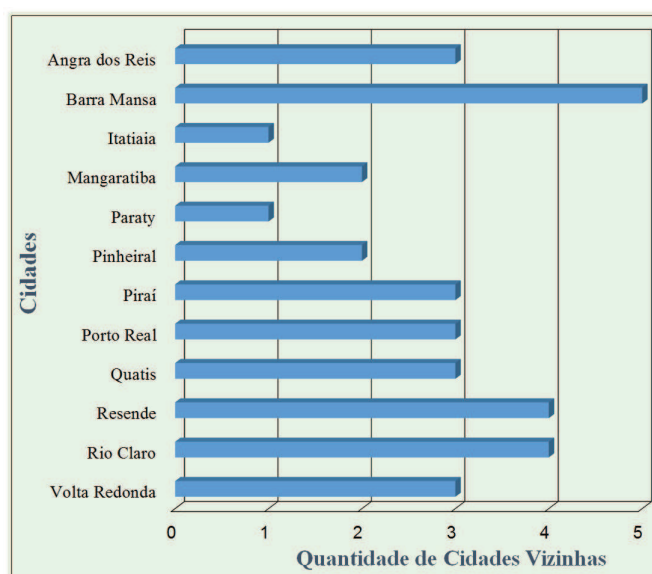


Figura 4.5: Relação entre Cidades e Quantidade de Cidades Vizinhas

Fonte: [16]

4.5.1.3 Normalizações dos Critérios das Cidades

Os dois critérios (“Número de Colégios” e “Quantidade de Cidades Vizinhas”) possuem escalas diferentes, sendo assim, na avaliação destes critérios é preciso fazer a normalização dos valores, para que haja uma análise coerente da situação do problema e a comparação deles seja realizada de forma justa. Para manter a proporcionalidade dos valores dos dois critérios e conservar a integridade dos valores das cidades da região Médio Paraíba, foi utilizada a fórmula de normalização da Equação 3.22.

Primeiramente, realizou-se a normalização do critério “Número de Colégios” das cidades da região Médio Paraíba. Na Tabela 4.3, encontra-se o número de colégios que cada cidade da região Médio Paraíba possui.

Em primeiro lugar, deve-se fazer o somatório do número de colégios da região Médio Paraíba. Verifica-se um total de 92. Para encontrar o valor normalizado do critério “Número de Colégios” de cada cidade, divide-se o número de colégios da cidade específica pelo somatório total da região Médio Paraíba, ou seja, deve-se dividir os valores da Tabela 4.3 por 92. Sendo assim, os valores normalizados do critério “Número de Colégios” são os da Tabela 4.4.

Cidades	Nº de Colégios
Angra dos Reis	0,152173913
Barra Mansa	0,184782609
Itatiaia	0,010869565
Mangaratiba	0,032608696
Paraty	0,032608696
Pinheiral	0,02173913
Piraí	0,032608696
Porto Real	0,010869565
Quatis	0,010869565
Resende	0,141304348
Rio Claro	0,032608696
Volta Redonda	0,336956522

Tabela 4.4: Número de Colégios Normalizado

Fonte: Próprio Autor

Na realização da normalização do critério “Quantidade de Cidades Vizinhas”, observa-se na Tabela 4.3 a quantidade de cidades vizinhas que cada município da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro possui.

Fazendo o somatório das cidades vizinhas, encontra-se um total de 34. Para determinar o valor normalizado da quantidade de cidades vizinhas, divide-se o número de cidades vizinhas de uma cidade específica (Tabela 4.3) pelo somatório total das cidades vizinhas da região Médio Paraíba, ou seja, os valores da Tabela 4.3 são divididos por 34. Os valores normalizados do critério “Quantidade de Cidades Vizinhas” se encontram na Tabela 4.5.

Cidades	Quantidade de Cidades Vizinhas Normalizada
Angra dos Reis	0,088235294
Barra Mansa	0,147058824
Itatiaia	0,029411765
Mangaratiba	0,058823529
Paraty	0,029411765
Pinheiral	0,058823529
Piraí	0,088235294
Porto Real	0,088235294
Quatis	0,088235294
Resende	0,117647059
Rio Claro	0,117647059
Volta Redonda	0,088235294

Tabela 4.5: Quantidade de Cidades Vizinhas Normalizada

Fonte: Próprio Autor

4.5.1.4 Pesos dos Critérios das Cidades e suas Normalizações

Novamente foram consultados os vinte especialistas da Secretaria de Educação pertencentes à região Médio Paraíba para verificarem a importância (pesos) dos critérios relacionados às cidades da região. Em consenso, os especialistas definiram as ponderações dos critérios.

Para mensurar o peso de cada um, utilizou-se o método de ponderação *SMART*, pois apresenta mais liberdade na escolha dos pesos, diferentemente do *Ordinal Ranking*, que

já possui os pesos pré-estabelecidos. Os passos do método *SMART* são os seguintes:

1º Passo: Ordenam-se os critérios conforme a importância de cada um:

Menos importante: critério “Quantidade de Cidades Vizinhas”.

Mais importante: critério “Número de Colégios”.

2º Passo: Deve-se verificar a importância relativa dos critérios, relacionando valores numéricos a eles. Começando pelos critérios menos importantes até chegar ao mais importante.

Critério “Quantidade de Cidades Vizinhas”: peso 10.

Critério “Número de Colégios”: peso 15.

Os pesos dos critérios também precisam ser normalizados para manterem as proporcionalidades de tais ponderações. Para isto, somando os pesos dos critérios, encontra-se um total de 25. Para conhecer o peso normalizado de cada critério, basta dividir o peso do critério em questão pelo somatório dos pesos.

Sendo assim, a Tabela 4.6 expressa os valores dos pesos normalizados dos critérios das cidades.

Critérios	Pesos Normalizados
Número de Colégios	0,6
Quantidade de Cidades Vizinhas	0,4

Tabela 4.6: Pesos Normalizados dos Critérios das Cidades

Fonte: Próprio Autor

4.5.1.5 Pesos Finais das Cidades

Para encontrar os pesos finais das cidades, primeiramente, deve-se multiplicar os valores dos critérios normalizados (Tabelas 4.4 e 4.5) por seus respectivos pesos normalizados (Tabela 4.6). Ou seja, a Tabela 4.7 é a multiplicação dos valores da Tabela 4.4 por 0,6. E a Tabela 4.8 é a multiplicação dos valores da Tabela 4.5 por 0,4.

Cidades	Nº de Colégios Normalizado*Peso Normalizado do Critério "Nº de Colégios"
Angra dos Reis	0,091304348
Barra Mansa	0,110869565
Itatiaia	0,006521739
Mangaratiba	0,019565217
Paraty	0,019565217
Pinheiral	0,013043478
Piraí	0,019565217
Porto Real	0,006521739
Quatis	0,006521739
Resende	0,084782609
Rio Claro	0,019565217
Volta Redonda	0,202173913

Tabela 4.7: Multiplicação do Nº de Colégios Normalizado por seu Peso Normalizado

Fonte: Próprio Autor

Cidades	Quantidade de Cidades Vizinhas Normalizada*Peso Normalizado do Critério "Quantidade Cidades Vizinhas"
Angra dos Reis	0,035294118
Barra Mansa	0,058823529
Itatiaia	0,011764706
Mangaratiba	0,023529412
Paraty	0,011764706
Pinheiral	0,023529412
Piraí	0,035294118
Porto Real	0,035294118
Quatis	0,035294118
Resende	0,047058824
Rio Claro	0,047058824
Volta Redonda	0,035294118

Tabela 4.8: Multiplicação da Quantidade de Cidades Vizinhas Normalizada por seu Peso Normalizado

Fonte: Próprio Autor

Para obtenção do peso final de cada cidade, basta fazer o somatório das Tabelas 4.7 e 4.8. Desta forma, encontram-se os valores referente aos pesos finais das cidades da região Médio Paraíba (Tabela 4.9).

Cidades	Pesos Finais (w)
Angra dos Reis	0,126598
Barra Mansa	0,169693
Itatiaia	0,018286
Mangaratiba	0,043095
Paraty	0,03133
Pinheiral	0,036573
Piraí	0,054859
Porto Real	0,041816
Quatis	0,041816
Resende	0,131841
Rio Claro	0,066624
Volta Redonda	0,237468

Tabela 4.9: Pesos Finais das Cidades

Fonte: Próprio Autor

Os pesos finais (w) da Tabela 4.9 são utilizados na função objetivo (Equação 3.1), sendo primordiais à implementação do algoritmo das p -Medianas.

4.5.1.6 Algoritmos que Determinaram a Cidade de Instalação da Coordenadoria

O Algoritmo 1 calcula as normalizações dos critérios, suas ponderações e os pesos finais das cidades da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro. Utilizou-se o *MATLAB*[®] [37] para realização do código computacional que encontra-se no Apêndice A.

Algoritmo 1 Normalizações dos Critérios e Cálculo dos Pesos dos Municípios

```

1: para todo critério faça
2:   para todo município faça
3:     Normalizar os Valores da Matriz dos Critérios
4:   fim para
5: fim para
6: para todo critério faça
7:   Normalizar os Valores do Vetor dos Pesos dos Critérios
8: fim para
9: para todo critério faça
10:  para todo município faça
11:    Fazer a Ponderação dos Valores da Matriz dos Pesos dos Critérios
12:  fim para
13: fim para
14: Retorna o Vetor de Pesos Finais dos Municípios

```

Foi necessário fazer um algoritmo utilizando o *Dev C++* [15] apenas para entrar com dados importantes do estudo de caso e coletar informações processadas no algoritmo que calcula os pesos finais das cidades. Juntou todos estes dados em um único arquivo, que foi utilizado como arquivo de entrada de dados no *software* de otimização *CPLEX Optimization Studio* (IBM).

O *CPLEX Optimization Studio* (IBM) [16] foi utilizado nos cálculos da melhor cidade para instalar a Coordenadoria Regional de Educação da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro.

A Figura 4.6 demonstra o fluxograma dos passos para encontrar a melhor cidade de localização da coordenadoria.

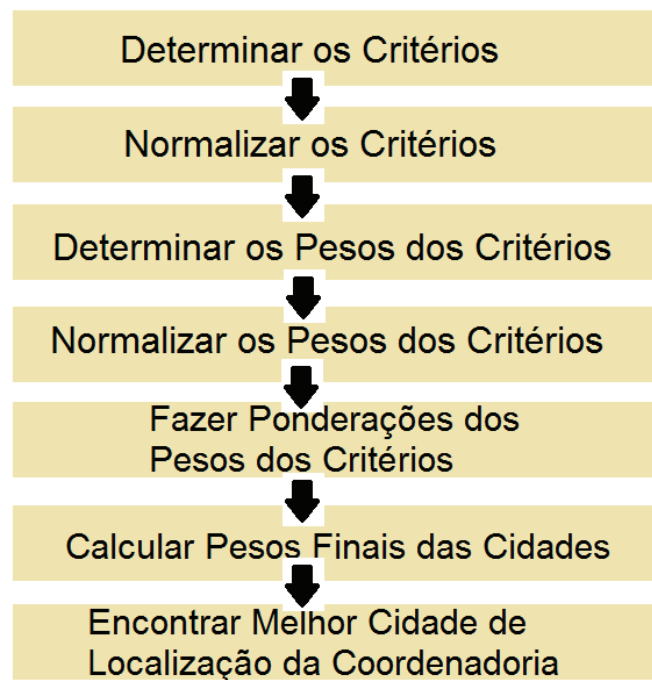


Figura 4.6: Fluxograma da Determinação da Melhor Cidade de Localização da Coordenadoria

Fonte: Próprio Autor

4.5.1.7 Resultado da Cidade para Instalar a Coordenadoria

Com a aplicação dos dados do estudo de caso nos algoritmos, a cidade de Barra Mansa foi encontrada como solução. A função objetivo apresentou distância ponderada total de aproximadamente 36,26, conforme Figura 4.7. Ou seja, a cidade de Barra Mansa foi eleita para abrigar a Coordenadoria Regional de Educação, responsável por suprir todas as unidades escolares estaduais da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro.

```
// solution (optimal) with objective 36.2059539
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.6205953900e+001
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.30000e+001 1.00000e+000
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
//
ShipToCustomer = [[0
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]]
OpenWarehouse = [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

Figura 4.7: Solução Determinação da Cidade
Fonte: [16]

A Tabela 4.10 exibe os valores das distâncias ponderadas totais de cada cidade da região Médio Paraíba. Pode-se observar que Barra Mansa possui a menor distância ponderada.

Cidades	Distâncias Ponderadas Totais
Angra dos Reis	84,889641
Barra Mansa	36,205997
Itatiaia	68,660281
Mangaratiba	79,434910
Paraty	152,526087
Pinheiral	44,901138
Piraí	55,431905
Porto Real	49,378375
Quatis	51,689475
Resende	55,637570
Rio Claro	46,096278
Volta Redonda	37,653797

Tabela 4.10: Distâncias Ponderadas Totais das Cidades
Fonte: Próprio Autor

Como a cidade eleita (Barra Mansa) foi diferente da atual cidade de localização da coordenadoria (Volta Redonda), torna-se necessário realizar a segunda parte do estudo de caso para determinar um local (colégio) na cidade de Barra Mansa para instalar a coordenadoria.

4.5.2 Determinação do Colégio Onde Localizar Coordenadoria (2ª Parte)

Neste tópico será realizado os procedimentos da segunda parte do estudo de caso, ou seja, irá determinar a escola na cidade de Barra Mansa (cidade eleita na primeira parte do

estudo de caso) para alocação da Coordenadoria Regional de Educação do Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro.

Adotaram-se como pontos de referências todos os colégios estaduais de Barra Mansa, ou seja, todas as escolas estaduais desta cidade são candidatas a instalarem a coordenadoria.

Para aplicação das p -Medianas, primeiramente deve-se calcular as distâncias entre estes colégios. Barra Mansa possui dezessete colégios da rede estadual de educação [11]. Para calcular as distâncias entre eles, foram colocados no *Google Maps* [6] os seus endereços (Tabela 4.11).

Colégios	Endereços
Baldomero Barbará	Rua Robert Lang, Vila Barbará
Barão de Aiuruoca	Rua Professor Pedro Vaz, Centro
Boa Vista	Rua Miguel Gomes de Sousa, Boa Vista
Pereira Inácio	Rua Jose Novo, Saudade
Iracema	Rua Claudionor Cabral Franco, Vila Nova
Jayme Silvestre	Rua Jayme Camargo, Sao Silvestre
Florianio	Rua Juca Ramos, Florianio
Amparo	Rua Ary Kernner Thomaz da Costa, Nossa Senhora do Amparo
Luiz Gonzaga	Rua Rosa Sverberi, Santa Rosa
Roselândia	Rua Rui De Andrade, Roselandia
São Pedro	Rua Benedito Antonio Dias, Sao Pedro
Vila Maria	Rua Antonio Graciano da Rocha, Vila Maria
Ceja Dary Ferreira	Rua Robert Lang, Barbará
Ciep 292	Avenida Presidente Kennedy, Ano Bom
Ciep 485	Avenida Siqueira Campos, Bom Pastor
Ciep 486	Estrada Governador Chagas Freitas, Bocaininha
Ciep 493	Rua Olavo Bilac, Vista Alegre

Tabela 4.11: Endereços dos Colégios Estaduais de Barra Mansa

Fonte: Próprio Autor

Depois de ter encontrado todas as distâncias entre os colégios pelo *Google Maps* [6], pôde-se montar a matriz de distâncias em quilômetros (Tabela 4.12).

	Barbará	Barão	B.Vista	Pereira	Iracema	Jayme	Floriano	Amparo	L.Gonzaga	Rose.	S.Pedro	V.Maria	Dary	Jandyrá	C.485	C.486	C.493
Barbará	0	4	4,2	5,5	6,3	5,3	8,7	28,1	4,9	2,7	4,8	7,5	2	4,4	4,9	5,9	8,2
Barão	3,8	0	8,7	2,7	2,8	2,3	5,9	30,8	2,8	5,1	5,1	4,6	2,6	3	2,6	3,6	5,5
B.Vista	4,2	9,7	0	10,2	11,6	9,2	13,2	29,2	10,3	6,7	8,3	12,4	6	8,1	10,4	11,2	14
Pereira	5,7	2,9	11,1	0	1,5	2,2	3,4	33,1	4,8	6,8	6,4	3,1	4,4	4,8	0,9	1,4	3,8
Iracema	6,3	2,6	12,5	1,5	0	3,5	5,3	32,4	4,1	8,1	7,4	2,6	5,1	4,6	1,4	3,2	2,2
Jayme	4,9	2,1	9,6	2,4	3,8	0	4,2	32,3	4,1	6	6,1	5,2	3,7	4,6	3,2	2,1	6
Floriano	9,3	6,5	14,4	3,7	5,6	5,7	0	29,1	8,3	9,6	8,2	7,1	8	8,1	4,5	2,2	7,3
Amparo	27	30,2	28,1	32	31,8	31,9	29,2	0	30,5	34,5	33,8	34,9	27,1	29,2	32,3	33,3	34
L.Gonzaga	4,3	2	10,3	3,5	3,2	3,3	6,8	31,6	0	7,3	6,6	5,7	5,3	3,4	3,7	4,7	5,4
Roselândia	2,7	5,7	7,5	7,4	7,5	5,2	10,1	34,8	6,2	0	5,3	9,7	2,7	5,8	7	7,1	10,2
S.Pedro	4,8	5,1	9,2	7,5	7,5	5,3	9,3	35,1	6,3	4,4	0	11	4,2	6,7	7,7	7,3	9,7
V.Maria	7,3	4,8	13,4	3,1	2,6	4,5	6,9	35	6,1	9,7	9,7	0	7,3	7,5	3	4,8	4,4
Dary	2	3,2	6,8	4,7	5,5	4,5	7,9	28,2	5,8	2,7	4,2	7,5	0	4,4	4,9	5,9	7,6
Jandyrá	4,4	3	8,1	4,8	4,6	4,6	8,1	29,7	3,3	6,8	6,7	7,7	4,4	0	5,1	6,1	6,8
Ciep 485	4,8	3,5	11,5	0,9	1,4	2,6	4,3	33,7	5,5	7,1	7,2	3	4,8	5	0	2,3	3,2
Ciep 486	5,7	4,3	12	1,4	3,2	3,5	2	34,3	6,1	7,3	6	4,8	5,9	6,1	2,2	0	5
Ciep 493	7,9	4,9	14,1	3,7	2,1	5,2	7	34,5	6,2	10,3	9,5	4,3	7,2	6,7	3,1	4,9	0

Tabela 4.12: Distâncias (Km) Entre Colégios

Fonte: Próprio Autor

4.5.2.1 Aplicação das p -Medianas na Localização da Coordenadoria

Assim como na primeira parte do estudo de caso, o algoritmo utilizado na segunda etapa também não leva em consideração a capacidade e nem os possíveis custos de construção da parte física dos prédios. Desta forma, o problema das p -Medianas não-Capacitado (Equações 3.1 à 3.5) será novamente utilizado.

Utilizando os dados do estudo de caso na formulação do problema (Equações 3.1 à 3.5), N é o conjunto dos colégios de Barra Mansa, i pertence a N . Observa-se que i representa os colégios estaduais da cidade (C.E. Baldomero Barbará, C.E. Barão de Aiuruoca, C.E. Boa Vista, C.E. Comendador Pereira Ignácio, C.E. Iracema Leite Nader, C.E. Jayme Silvestre Camargo, C.E. Professor Luiz Gonzaga de Mattos, C.E. São Pedro, C.E. Vila Maria, C.E. Roselândia, C.E. Marechal Floriano Peixoto, C.E. Nossa Senhora do Amparo, CIEP 486 Professor Luiz Vallejo, CEJA Professor Dary Ferreira Pinto de Oliveira, CIEP 493 Professora Antonieta Salinas de Castro, CIEP 485 Professor João Batista de Barros, CIEP 292 Professora Jandyra Reis de Oliveira).

Sabe-se que j pertence a N , j representa os colégios da cidade de Barra Mansa candidatos a instalarem a coordenadoria, ou seja, todos os colégios estaduais da cidade.

Observa-se que p é o número de medianas a serem localizadas, número de escolas de Barra Mansa que abrigarão de fato a coordenadoria.

O w_i é o peso ou importância do colégio i .

A função objetivo (3.1) representa a minimização das distâncias ponderadas (multiplicação do peso w_i de cada colégio específico pelas distâncias d_{ij} deste colégio em relação aos outros).

Com relação às restrições, a (3.2) afirma que cada colégio é alocado a somente uma mediana (colégio escolhido para instalar a coordenadoria).

A (3.3) garante que somente a mediana oferece o serviço proposto aos outros colégios.

A (3.4) assegura que um colégio somente é atendido por um colégio que seja mediana.

E a (3.5) impõe que a variável seja binária, ou seja, assumo valor zero ou um.

A cidade de Barra Mansa tem um total de 17 colégios. Deseja-se instalar apenas uma coordenadoria, sendo assim:

a) $N=17$.

b) i, j variam de 1 à 17.

c) $p=1$.

Este estudo irá utilizar as propriedades de ponderações e normalizações do Apoio Multicritério à Decisão para calcularem os pesos (importâncias) w_i dos colégios estaduais da cidade de Barra Mansa. Estes pesos serão colocados na função objetivo (Equação 3.1) do algoritmo das p -Medianas.

4.5.2.2 Critérios dos Colégios

Foram realizadas pesquisas com 20 especialistas da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro que vivenciam a realidade dos processos escolares. Numa reunião realizada na Coordenadoria Regional de Educação do Médio Paraíba localizada na cidade de Volta Redonda, doze diretores escolares, quatro professores e quatro secretárias escolar decidiram em consenso que os critérios para mensurarem a importância de cada colégio de Barra Mansa seriam: “Número de Alunos”, “Quantidade de Turnos” (manhã, tarde, noite) que os colégios trabalham, “Quantidade de Linhas de Ônibus” (municipais) que passam nas proximidades dos colégios.

O critério “Número de Alunos” é importante, pois quanto maior a quantidade de alunos, maior será o fluxo de documentação e material entre a coordenadoria e o colégio em questão. Um colégio que possui maior quantidade de alunos, terá um peso maior que os demais.

Em relação ao critério “Quantidade de Turnos”, a escola que trabalha em mais turnos terá uma rotatividade de funcionários e alunos maior que as escolas que trabalham em apenas um período, desta forma, terá maior ponderação que as demais.

O critério “Quantidade de Linhas de Ônibus” é necessário, pois demonstra a acessibilidade dos colégios. Quanto mais linhas de ônibus existirem no bairro do colégio, mais fácil será a locomoção dos funcionários e alunos.

A Tabela 4.13 representa os valores dos critérios utilizados dos colégios estaduais de Barra Mansa.

Colégios	Nº de Alunos	Quantidade de Turnos	Quantidade de Linhas de Ônibus
Barbará	1309	3	7
Barão	1462	3	23
Boa Vista	217	2	6
Pereira	192	3	6
Iracema	372	3	5
Jayme	363	2	5
Floriano	271	3	1
Amparo	37	1	1
Luiz Gonzaga	311	2	1
Roselandia	372	3	5
S.Pedro	317	3	4
V.Maria	73	3	7
Dary	309	3	5
Jandyra	309	3	3
Ciep 485	246	1	9
Ciep 486	183	2	4
Ciep 493	291	2	3

Tabela 4.13: Critérios dos Colégios

Fonte: Próprio Autor

A Figura 4.8 representa a quantidade de alunos que os colégios de Barra Mansa possuem. Os colégios Barbará e Barão possuem as maiores quantidades de alunos.

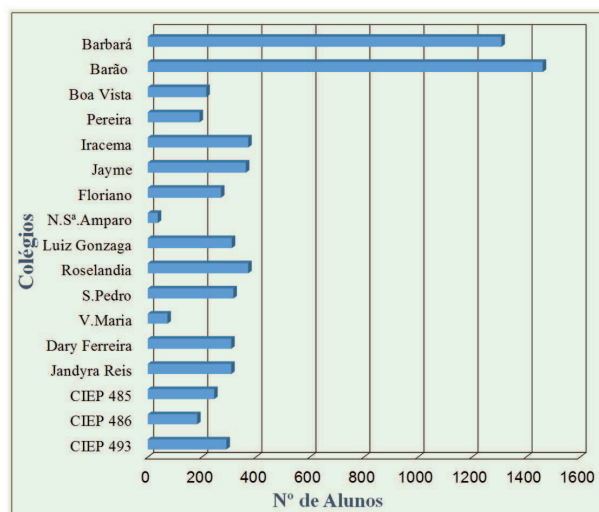


Figura 4.8: Relação entre Colégios e Nº de Alunos

Fonte: [11]

A Figura 4.9 expressa a quantidade de turnos que os colégios de Barra Mansa trabalham. Apenas o Ciep 485 e o colégio Nossa Senhora do Amparo trabalham em somente um período.

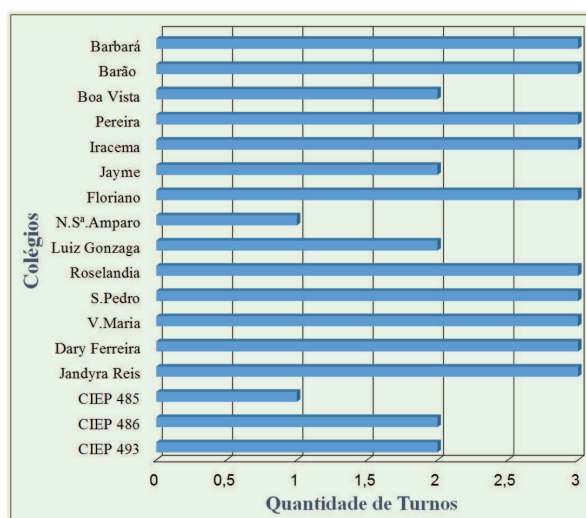


Figura 4.9: Relação entre Colégios e Quantidade de Turnos

Fonte: [16]

A Figura 4.10 mostra a quantidade de linhas de ônibus que passam no bairro dos colégios de Barra Mansa. Percebe-se que o colégio Barão apresenta a maior quantidade.

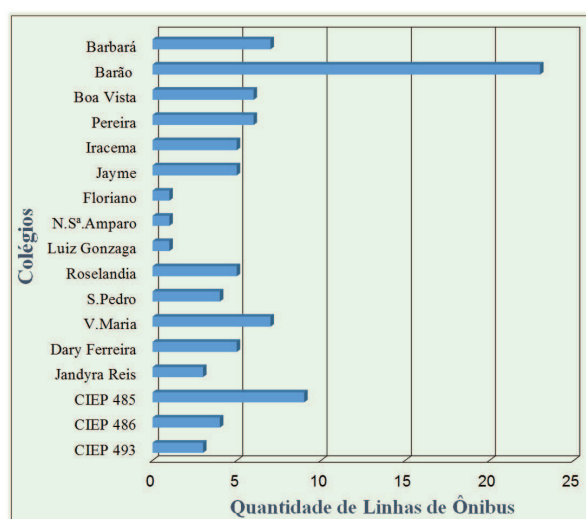


Figura 4.10: Relação entre Colégios e Quantidade de Linhas de Ônibus

Fonte: [16]

Os três critérios dos colégios de Barra Mansa possuem escalas diferentes, assim como realizado na Seção 4.5.1.3 da primeira parte do estudo de caso (determinação da cidade da região Médio Paraíba), é necessário realizar a normalização dos valores para que haja uma análise coerente do cenário estudado. Desta forma, os valores dos três critérios são comparados de forma justa, mantendo a integridade e proporcionalidade dos mesmos.

4.5.2.3 Peso dos Critérios dos Colégios

Por meio das pesquisas com os vinte especialistas, eles em consenso averiguaram a importância (peso) dos critérios dos colégios de Barra Mansa.

Assim como na Seção 4.5.1.4, foi utilizado o método de ponderação *SMART* para mensurar o peso de cada critério.

1º Passo: Ordenam-se os critérios conforme a importância de cada um:

Menos importante: critério "Quantidade de Turnos".

Mediano em importância: critério "Número de Alunos".

Mais importante: critério "Quantidade de Linhas de Ônibus".

2º Passo: Deve-se verificar a importância relativa dos critérios, relacionando valores numéricos a eles. Começando pelos critérios menos importantes até chegar ao mais importante.

Critério "Quantidade de Turnos": peso 10.

Critério "Número de Alunos": peso 15.

Critério "Quantidade de Linhas de Ônibus": peso 20.

Os pesos dos critérios das escolas também precisam ser normalizados para manterem a proporcionalidade. Adotaram-se os mesmos procedimentos da Seção 4.5.1.4.

4.5.2.4 Pesos Finais dos Colégios

Neste tópico, encontraram-se os pesos finais dos colégios (Tabela 4.14) utilizando os mesmos procedimentos da Seção 4.5.1.5.

Colégios	Pesos Finais (w)
Barbará	0,114394
Barão	0,196935
Boa Vista	0,049556
Pereira	0,053590
Iracema	0,057956
Jayme	0,052213
Floriano	0,034168
Amparo	0,011828
Luiz Gonzaga	0,030887
Roselandia	0,057956
S.Pedro	0,050515
V.Maria	0,052290
Dary	0,054791
Jandyra	0,045434
Ciep 485	0,059757
Ciep 486	0,038491
Ciep 493	0,039239

Tabela 4.14: Pesos Finais dos Colégios
Fonte: Próprio Autor

Os pesos finais (w) das escolas da cidade de Barra Mansa (Tabela 4.14) foram utilizados no problema das p -Medianas (Equação 3.1).

4.5.2.5 Algoritmos que Determinaram o Colégio de Instalação da Coordenadoria

Utilizaram-se os mesmos algoritmos e procedimentos descritos na Seção 4.5.1.6, apenas com alterações nos dados de entrada. Nesta seção, foram utilizados os dados referentes à segunda parte do estudo de caso (escolha da escola em Barra Mansa para instalar a coordenadoria). O fluxograma dos passos para determinar o melhor colégio de localização da coordenadoria é similar ao da Figura 4.6.

4.5.2.6 Resultado do Colégio para Instalar a Coordenadoria

Com a aplicação dos dados do estudo de caso nos algoritmos, o Colégio Estadual Barão de Aiuruoca foi encontrado como solução. Ele foi escolhido para instalar a Coordenadoria Regional de Educação, responsável por suprir todas as unidades escolares estaduais da região Médio Paraíba do estado do Rio de Janeiro. Na Figura 4.11, observa-se que a função objetivo apresenta um valor aproximado de 3,53, sendo este, o somatório das distâncias ponderadas.

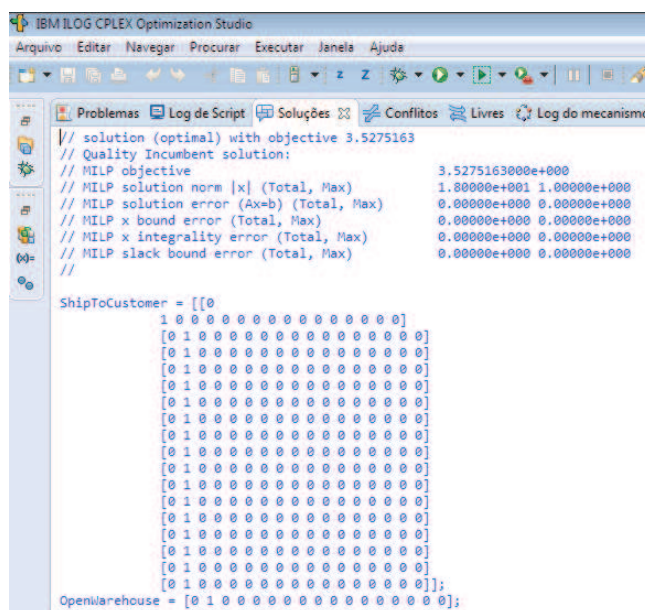


Figura 4.11: Solução Determinação do Colégio
Fonte: [16]

A Tabela 4.15 exibe os valores das distâncias ponderadas totais de cada colégio de Barra Mansa. Observa-se que a menor distância ponderada é a do Colégio Barão de Aiuruoca.

Colégios	Distâncias Ponderadas Totais
Barbará	4,655742
Barão	3,527525
Boa Vista	8,959189
Pereira	4,226412
Iracema	4,567052
Jayme	4,297872
Floriano	7,266797
Amparo	30,481163
Luiz Gonzaga	4,660931
Roselandia	6,132245
S.Pedro	6,536682
V.Maria	6,163926
Dary	4,563031
Jandyra	5,172183
Ciep 485	4,425122
Ciep 486	5,104463
Ciep 493	6,372125

Tabela 4.15: Distâncias Ponderadas Totais dos Colégios
Fonte: Próprio Autor

O Colégio Estadual Barão de Aiuruoca funciona nos três turnos (manhã, tarde, noite), localiza-se no centro da cidade de Barra Mansa, possuindo no ano de 2015, 1462 alunos alocados em 85 turmas e 197 funcionários. A Figura 4.12 exibe o colégio Barão de Aiuruoca.



Figura 4.12: Colégio Estadual Barão de Aiuruoca
Fonte: [11]

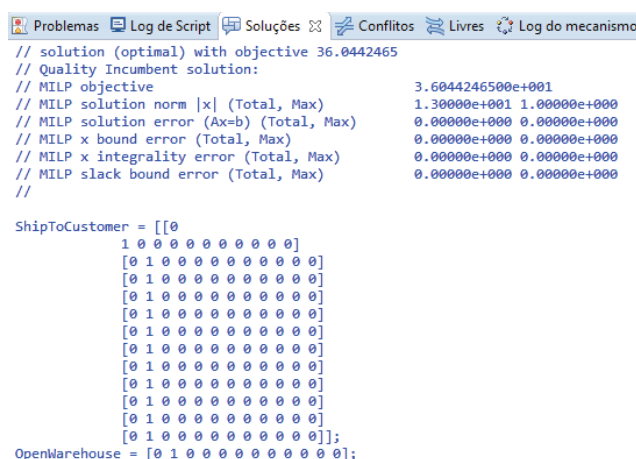
4.5.2.7 Análise de Sensibilidade

A Análise de Sensibilidade do estudo de caso foi realizada para verificar a consistência dos resultados obtidos por meio de alterações de parâmetros. Ou seja, realizaram-se alterações nos pesos dos critérios, logo em seguida, analisaram-se os novos resultados.

A primeira parte do estudo de caso (escolha da cidade para instalar a coordenadoria) adotou o critério “Número de Colégios” como mais importante que o critério “Quantidade de Cidades Vizinhas”. O critério “Número de Colégios” (com peso normalizado de 0,6) e o critério “Quantidade de Cidades Vizinhas” (com peso normalizado de 0,4).

Para realizar a Análise de Sensibilidade da primeira parte do estudo de caso, os critérios envolvidos (“Número de Colégios” e “Quantidade de Cidades Vizinhas”) teriam agora outros pesos (importâncias), ou seja, variou-se sensivelmente a ponderação dos critérios. Foram feitas duas análises, alterando os pesos dos critérios “Número de Colégios” e “Quantidade de Cidades Vizinhas”.

Na 1ª Análise, adotou-se peso normalizado de 0,65 para o critério “Número de Colégios” e peso normalizado de 0,35 para o critério “Quantidade de Cidades Vizinhas”. Sendo assim, obtiveram-se novos pesos finais para as cidades da região Médio Paraíba e esses novos valores foram implementados nos algoritmos que determinam a melhor cidade para instalar a coordenadoria. Obteve-se como solução a cidade de Barra Mansa, tendo função objetivo com valor aproximado de 36,04 conforme Figura 4.13.



```

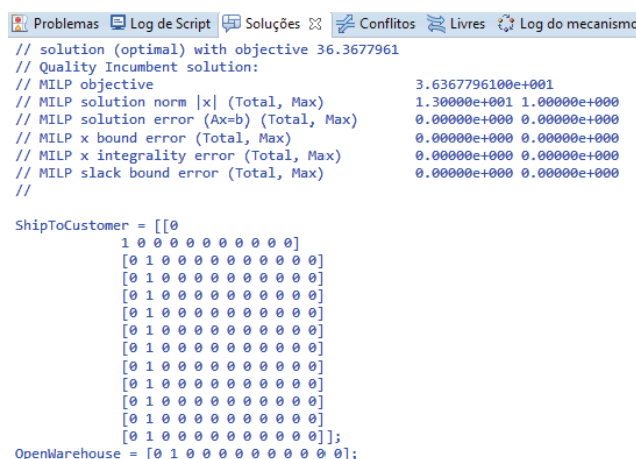
Problemas Log de Script Soluções Conflitos Livres Log do mecanismo
// solution (optimal) with objective 36.0442465
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.6044246500e+001
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.30000e+001 1.00000e+000
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
//
ShipToCustomer = [[0
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]];
OpenWarehouse = [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0];

```

Figura 4.13: 1ª Análise de Sensibilidade (Determinação da Cidade)

Fonte: [16]

Na 2ª Análise, adotou-se peso normalizado de 0,55 para o critério “Número de Colégios” e peso normalizado de 0,45 para o critério “Quantidade de Cidades Vizinhas”. Sendo assim, obtiveram-se novamente os pesos finais para as cidades da região Médio Paraíba que foram implementados nos algoritmos. Obteve-se como solução a cidade de Barra Mansa, tendo função objetivo com valor aproximado de 36,37 conforme Figura 4.14.



```

Problemas Log de Script Soluções Conflitos Livres Log do mecanismo
// solution (optimal) with objective 36.3677961
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.6367796100e+001
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.30000e+001 1.00000e+000
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
//
ShipToCustomer = [[0
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]];
OpenWarehouse = [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0];

```

Figura 4.14: 2ª Análise de Sensibilidade (Determinação da Cidade)

Fonte: [16]

Ou seja, nas duas Análises da primeira parte do estudo de caso (determinação da cidade), mesmo alterando os valores dos pesos dos critérios, novamente Barra Mansa foi eleita para instalar a coordenadoria educacional. Desta forma, os resultados da primeira parte do estudo de caso estão coerentes e consistentes, não gerando alterações incompatíveis.

Agora, com relação à segunda parte do estudo de caso (escolha do colégio na cidade de Barra Mansa para instalar a coordenadoria). Sabe-se que o critério “Quantidade de Linhas de Ônibus” é mais importante que os critérios “Número de Alunos” e “Quantidade de Turnos”. O critério “Quantidade de Linhas de Ônibus” (com peso normalizado de 0,4444), o critério “Número de Alunos” (com peso normalizado de 0,3333) e o critério "Quantidade de Turnos"(com peso normalizado de 0,2222).

Para realizar a Análise de Sensibilidade da segunda parte do estudo de caso, os critérios envolvidos (“Número de Alunos”, “Quantidade de Linhas de Ônibus” e “Quantidade de Turnos”) teriam agora outros pesos (importâncias), ou seja, variaram-se sensivelmente suas ponderações. Foram feitas duas análises, alterando os pesos destes critérios.

Na 1ª Análise, adotou-se peso normalizado de 0,3 para o critério “Número de Alunos”, peso normalizado de 0,5 para o critério “Quantidade de Linhas de Ônibus” e peso normalizado de 0,2 para o critério “Quantidade de Turnos”. Sendo assim, obtiveram-se novos pesos finais para os colégios de Barra Mansa e esses novos valores foram implementados nos algoritmos que determinam o melhor colégio de Barra Mansa para instalar a coordenadoria. Obteve-se como solução o Colégio Estadual Barão de Aiuruoca, tendo função objetivo com valor aproximado de 3.60 conforme Figura 4.15.

```

Problemas Log de Script Soluções Conflitos Livres Log do mecanismo
// solution (optimal) with objective 3.5992457
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                                3.5992457000e+000
// MILP solution norm |x| (Total, Max)           1.800000e+001 1.000000e+000
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)       0.000000e+000 0.000000e+000
// MILP x bound error (Total, Max)               0.000000e+000 0.000000e+000
// MILP x integrality error (Total, Max)         0.000000e+000 0.000000e+000
// MILP slack bound error (Total, Max)          0.000000e+000 0.000000e+000
//
ShipToCustomer = [[
    1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]];
OpenWarehouse = [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];

```

Figura 4.15: 1ª Análise de Sensibilidade (Determinação do Colégio)

Fonte: [16]

Na 2ª Análise, adotou-se peso normalizado de 0,4 para o critério “Número de Alunos”, peso normalizado de 0,4 para o critério “Quantidade de Linhas de Ônibus” e peso normalizado de 0,2 para o critério “Quantidade de Turnos”. Sendo assim, obtiveram-se

novos pesos finais e esses novos valores foram implementados nos algoritmos. Obteve-se como solução o Colégio Estadual Barão de Aiuruoca, tendo função objetivo com valor aproximado de 3.72 conforme Figura 4.16.

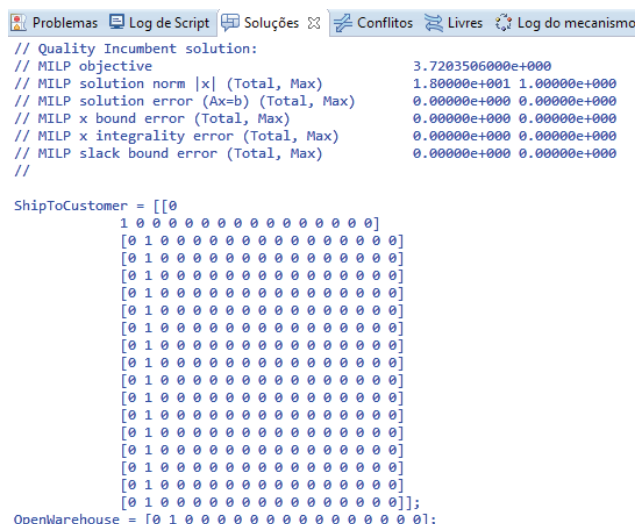


Figura 4.16: 2ª Análise de Sensibilidade (Determinação do Colégio)

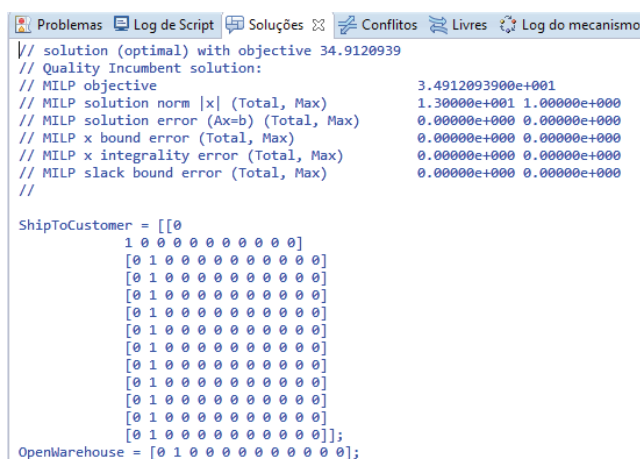
Fonte: [16]

Ou seja, nas duas Análises da segunda parte do estudo de caso (determinação do colégio em Barra Mansa), mesmo alterando os valores dos pesos dos critérios, novamente o Colégio Estadual Barão de Aiuruoca foi eleito para instalar a coordenadoria educacional. Desta forma, os resultados da segunda parte do estudo de caso também estão coerentes e consistentes, não gerando alterações incompatíveis.

4.5.2.8 Análise de Validação

A Análise de Validação do resultado do estudo de caso com a instalação da coordenação no Colégio Estadual Barão de Aiuruoca na cidade de Barra Mansa foi feita por meio de comparação com a atual localização desta coordenadoria na cidade de Volta Redonda.

Utilizaram-se as Equações (3.1 à 3.5) do modelo das p -Medianas, considerando a tabela (4.2) como as distâncias d_{ij} entre as cidades da região Médio Paraíba. E nos pesos w_i de cada cidade, utilizou-se a quantidade de colégios que cada cidade possui. Sendo assim, o resultado apontou a cidade de Barra Mansa como representante da menor distância ponderada, com valor aproximado de 34,91, conforme a Figura 4.17. A cidade de Volta Redonda apresentou uma distância ponderada aproximada de 34,94.



```

Problemas Log de Script Soluções Conflitos Livres Log do mecanismo
// solution (optimal) with objective 34.9120939
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.4912093900e+001
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.30000e+001 1.00000e+000
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
//
ShipToCustomer = [[0
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
OpenWarehouse = [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0];

```

Figura 4.17: Análise de Validação
Fonte: [16]

Então, pode-se concluir por meio da Análise de Validação, que a localização da coordenadoria no Colégio Estadual Barão de Aiuruoca na cidade de Barra Mansa de acordo com os critérios escolhidos no estudo de caso, apresenta uma melhoria aproximadamente de 0,093% em relação a atual localização desta coordenadoria na cidade de Volta Redonda.

A implantação da coordenadoria educacional no Colégio Estadual Barão de Aiuruoca foi apresentada aos funcionários educacionais pertencentes à rede. A maioria destes profissionais avaliaram este resultado de forma positiva, confirmando que o Colégio Estadual Barão de Aiuruoca fica localizado numa área central e de fácil acesso.

Barra Mansa está localizada perto das demais cidades da região. O acesso ao município é feito de forma rápida através da rodovia Presidente Dutra.

Pode-se encerrar esta seção, afirmando que a escolha do colégio foi realizada de forma coerente, não contrariando os interesses e necessidades das pessoas envolvidas no cenário estudado. Sendo assim, para as condições decididas pelos decisores e especialistas, Barra Mansa é a melhor alternativa de localização da coordenadoria, apesar da pequena diferença de desempenho para Volta Redonda. Como a diferença foi pequena, uma discussão mais ampla pode ser feita com especialistas do Governo do Estado do Rio de Janeiro, onde deve-se analisar a possível sugestão de mudança.

Capítulo 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

O presente trabalho apresentou uma revisão bibliográfica do problema das p -Medianas e um estudo de caso sobre a localização da Coordenadoria de Educação da região Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro. Devido à heterogeneidade dos critérios do cenário educacional deste estudo, foram realizadas as ponderações e normalizações dos critérios para serem analisados.

Sendo assim, as técnicas de ponderações e normalizações do Apoio Multicritério à Decisão foram grandes aliadas na utilização do algoritmo das p -Medianas, alcançando um desempenho satisfatório na pesquisa, confirmado por meio das Análises de Sensibilidade e Validação.

Apesar de existirem trabalhos de p -Medianas no campo da educação, a maioria são ligados à distribuição de vagas nas escolas de uma certa região específica. Observou-se que a localização de uma coordenadoria, órgão responsável em administrar e suprir as escolas de uma região, é um assunto pouco debatido no cenário brasileiro atual.

Escolheu-se a região Médio Paraíba para realizar a aplicação do estudo de caso devido ao seu crescimento nos últimos anos, com novas fábricas, criação de empregos, faculdades. Observou-se a necessidade de melhoria da localização dos setores educacionais responsáveis por manterem o funcionamento das escolas desta região.

Assim como no restante do país, a educação pública na região Médio Paraíba do Rio de Janeiro está cercada por fatores complexos, tais como: recursos limitados, carência de profissionais em alguns setores, demora no envio de materiais, entre outros. A falta de planejamento e a ausência de uma visão estratégica neste área impedem a boa qualidade dos serviços educacionais. Daí a importância da escolha desta região para realização do estudo de caso.

Na primeira parte desta pesquisa, de acordo com as técnicas e procedimentos utilizados, a cidade de Barra Mansa foi escolhida, entre as demais candidatas da região Médio Paraíba. A segunda parte, consistiu na escolha da escola pertencente à cidade de Barra Mansa, para ali instalar a Coordenadoria Regional de Educação, responsável por todos os colégios das cidades do Médio Paraíba.

O Colégio Estadual Barão de Aiuruoca foi escolhido para abrigar a Coordenadoria Regional de Educação, que de acordo com as ponderações e normalizações dos critérios do cenário estudado juntamente com as distâncias, apresentou-se como a melhor alternativa.

Conclui-se esta dissertação, confirmando a importância da junção da Pesquisa Operacional com a área educacional, proporcionando melhorias significativas não só para o meio escolar, mas para toda sociedade.

5.1 Trabalhos Futuros

Com relação aos trabalhos futuros, sugere-se:

a) A extensão do estudo de caso para outras regionais educacionais do Estado do Rio de Janeiro, como por exemplo, Centro Sul, Baixadas Litorâneas, Norte Fluminense, Noroeste Fluminense, DIESP, Serranas, Metropolitanas.

b) A mensuração dos dados da área física dos colégios candidatos a abrigarem a Coordenadoria Regional de Educação (área em metros quadrados dos prédios, extensão de áreas livres, entre outros), ou seja, critérios necessários para ampliação ou construção dos prédios.

c) Propor mudanças no mapa das regionais educacionais do Estado do Rio de Janeiro, ou seja, reposicionar algumas cidades em regionais educacionais mais adequadas.

d) Mensurar os custos de possíveis construções para abrigar a Coordenadoria de Educação nos colégios candidatos.

e) Procurar caminhos mais seguros de deslocamentos entre as cidades da região Médio Paraíba.

Referências

- [1] Associação Educacional Dom Bosco. [http://http://www.aedb.br](http://www.aedb.br). Acessado em 12/2014.
- [2] BRASIL. Estatuto da Criança e do Adolescente. Lei Federal nº 8069, de 13 de julho de 1990.
- [3] Centro Universitário de Barra Mansa. <http://www.ubm.br>. Acessado em 12/2014.
- [4] Centro Universitário de Volta Redonda. <http://www.foa.org.br>. Acessado em 12/2014.
- [5] Fundação CECIERJ. <http://www.cederj.edu.br>. Acessado em 12/2014.
- [6] Google Maps. <http://www.google.com.br>. Acessado em 12/2014.
- [7] Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE). <http://www.po.coppe.ufrj.br>. Acessado em 12/2014.
- [8] Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). <http://portal.inep.gov.br>. Acessado em 01/2015.
- [9] Portal Brasil. <http://www.brasil.gov.br/educacao/2009/11/ensino-superior>. Acessado em 03/2015.
- [10] RIO DE JANEIRO. Plano Estadual de Educação. Disponível em <http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/downloads/PEE1.pdf>. Acessado em 01/2015.
- [11] Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro (SEEDUC RJ). <http://www.rj.gov.br/web/seeduc>. Acessado em 03/2015.
- [12] Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional (SOBRAPO). <http://www.sobrapo.org.br>. Acessado em 12/2014.
- [13] Universidade do Estado do Rio de Janeiro. <http://www.fat.uerj.br>. Acessado em 12/2014.
- [14] Universidade Federal Fluminense. <http://www.engenharia.uff.br>. Acessado em 12/2014.
- [15] DEV-C++ 4.9.9.2 Manual do Usuário, 2011.
- [16] ILOG S.A., CPLEX 12.6.1.0 Manual do Usuário, 2011.
- [17] ARENALES, M., ARMENTANO, V., YANASSE, H. *Pesquisa Operacional*. Campus, 2007.

- [18] BALLOU, R. H. *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos: Logística Empresarial*. Bookman Companhia, 2006.
- [19] BARCELOS, F. B., PIZZOLATO, N. D., LORENA, L. A. N. Localização de escolas do ensino fundamental com modelos capacitado e não-capacitado: Caso de vitória/es. *Pesquisa Operacional* 24, 1 (2004), 133–149.
- [20] BRASIL. Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 24 dez. 1996. Disponível em URL:<http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/tvescola/leis/lein9394.pdf>. Acessado em 12/2015.
- [21] BRASIL. Constituição (1988). Constituição: República Federativa do Brasil. Brasília: Senado Federal, 1988.
- [22] BROWN, D. B. Proxy measures in accident countermeasure evaluation: a study of emergency medical services. *Journal of Safety research* (1994), 37–41.
- [23] DA SILVA, R. T. Avaliação da distribuição espacial de escolas a partir de um modelo não capacitado com o auxílio de ferramenta sig: Um estudo de caso da cidade de volta redonda-rj. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Fluminense-UFF, Volta Redonda-RJ, 2009.
- [24] DA SILVA JUNIOR, I. C., DE OLIVEIRA, E. J., JUNIOR, S. C., PEREIRA, J. L. R. Metodologia heurística construtiva para alocação de bancos de capacitores em sistemas de distribuição de energia elétrica. *Revista Controle e Automação* (2006).
- [25] DA SILVA LOBO, D. *Dimensionamento e Otimização Locacional de Unidades de Educação Infantil*. PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.
- [26] DE MELLO, G. N. Os 10 maiores problemas da educação básica no brasil, 2003.
- [27] DE OLIVEIRA, M. G. Um estudo sobre abordagens para solução de problemas de localizações de facilidades. Relatório Técnico, Universidade Federal de Goiás (UFG), 2012.
- [28] DE OLIVEIRA, M. S., NETTO, P. O. B., DE CAMPOS TEIXEIRA, R. Um sistema para programação de uma estação fm. *Produção* (1993).
- [29] DE SOUZA SANTANA, R. G. Otimização da produção em campo de petróleo pelo estudo do problema de localização de poços e unidades de produção. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro-UFRJ, Rio de Janeiro, 2012.
- [30] DIAS, A. F. O problema da p-mediana aplicado ao problema da gestão ótima da diversidade. Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2005.
- [31] DO CARMO NICOLETTI, M., JR., E. R. H. *Fundamentos da Teoria dos Grafos para Computação*. EdUFSCar, 2010.
- [32] DO ROSÁRIO, R. R. L., CARNIERI, C., STEINER, M. T. A. Proposta de solução para o problema das p-medianas na localização de unidades de saúde 24 horas. *ENEGEP* (2002).

- [33] DOS REIS, J. V. A., DA CUNHA, C. B., NAKAMOTO, F., RIBEIRO, F., SCHAR-DONG, A. Análise comparativa de algoritmos eficientes para o problema de caminho mínimo. *XXI ANPET: Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes* (2007).
- [34] GALVÃO, R. D., NOBRE, F. F., VASCONCELLOS, M. M. Modelos matemáticos de localização aplicados à organização espacial de unidades de saúde. *Revista de Saúde Pública* (1999), 422–434.
- [35] GOMES, C. F. S., GOMES, L. F. A. M. A função de decisão multicritério. parte i: Dos conceitos básicos à modelagem multicritério. *ADM.MADE* (2002).
- [36] GOMES, L. F. A. M., GOMES, C. F. S., DE ALMEIDA, A. T. *Tomada de Decisão Gerencial - Enfoque Multicritério*. ATLAS, 2009.
- [37] GUIDE, MATLAB USER'S. The mathworks. *Inc., Natick, MA 5* (1998).
- [38] HAKIMI, S. L. Optimal locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research* (1965), 462–475.
- [39] HILLIER, F. S., LIEBERMAN, G. J. *Introdução à Pesquisa Operacional*. McGraw-Hill, 2006.
- [40] JARDIM, R. X., CONCEIÇÃO, S. V., DE CARVALHO, C. R. V. Localização estratégica para o serviço de atendimento móvel de urgência na região metropolitana de belo horizonte. *ENEGEP* (2004).
- [41] JUNIOR, L. F. N. Tomada de decisão com múltiplos critérios: Pesquisa-ação sobre o método ahp em pequenas empresas. Dissertação de Mestrado, Universidade de Taubaté, Taubaté-SP, 2006.
- [42] JUNIOR, L. F. N., CHAMON, M. A. Método ahp: Pesquisa-ação na pequena empresa. *XIII SIMPE* (2006).
- [43] JUNIOR, R. R., SANTOS, L. B. L. Análise iterativa dos problemas de p-centros e p-medianas para um crescente número de facilidades: Estudo de caso na epidemia de dengue, salvador, 1995. 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and Their Applications.
- [44] LORENA, L. A. N. Análise espacial de redes com aplicações em sistemas de informações geográficas. *Revista Produção* (2003).
- [45] MARTINS, I., PIZZOLATO, N. D. Utilização da p-mediana para simulação de bases táticas de helicópteros policiais. *XII SIMPEP* (2004).
- [46] NETTO, P. O. B., JURKIEWICZ, S. *Grafos: Introdução e Prática*. Blucher, 2009.
- [47] PAIVA, V. P. *História da Educação Popular no Brasil*, 6 ed. Loyola, 2003.
- [48] PARREIRAS, R. O. *Algoritmos Evolucionários e Técnicas de Tomada de Decisão em Análise Multicritério*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais-UFGM, 2006.

- [49] PIZZOLATO, N. D., BARROS, A. G., BARROS, A. G., CANEN, A. G. Localização de escolas públicas: Síntese de algumas linhas de experiência no brasil. *SciELO* (2004).
- [50] PIZZOLATO, N. D., RAUPP, F. M. P., ALZAMORA, G. S. Revisão de desafios aplicados em localização com base em modelos da p-mediana e suas variantes. *Revista Eletrônica Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento* 4, 1 (2012), 13–42.
- [51] REESE, J. Solution methods for the p-median problem: An annotated bibliography. *Networks* (2006).
- [52] RIBEIRO, M. L. S. *História da educação brasileira: a organização escolar*. Autores Associados, 2007.
- [53] ROSA, R. S. Aplicação de p-medianas para atendimento aos colégios estaduais por viaturas do batalhão de patrulha escolar. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná-UFPR, Curitiba-PR, 2011.
- [54] SALGADO, E. N., BARBOSA, P. C. *Educação de Jovens e Adultos*, 1 ed. Fundação CECIERJ, 2008.
- [55] TAHA, H. A. *Pesquisa Operacional*. Person, 2008.

APÊNDICE A

```

% Escola de Engenharia Metalúrgica de Volta Redonda-UFF (EEIMVR)
% Mestrado em Modelagem Computacional em Ciência Tecnologia (MCCT)
% Código em MATLAB® R2013a
% Código que calcula a normalização dos critérios, suas ponderações
% e os pesos finais das cidades da região Médio Paraíba do Estado
% do Rio de Janeiro
% Dezembro/2014

clc; close all; clear;
critérios=load('critérios.txt'); %busca no arquivo os valores dos critérios
quantidadecritérios=size(critérios,1); %calcula a quantidade de critérios utilizados
quantidadecidades=size(critérios,2); somalinha=[sum(critérios,2)]; %calcula n° cidades

for i=1:quantidadecritérios %faz-se a normalização dos critérios utilizados
    for j=1:quantidadecidades
        critériosnormalizado(i,j)=(critérios(i,j)/somalinha(i));
    end
end
pesocritérios=load('pesocritérios.txt'); %busca no arquivo os pesos dos critérios
somapeso=[sum(pesocritérios)];
for i=1:quantidadecritérios %faz-se a normalização dos pesos dos critérios
    pesonormalizado(i)=pesocritérios(i)/somapeso;
end
for i=1:quantidadecritérios %multiplica critérios normalizados por pesos normalizados
    for j=1:quantidadecidades
        critériosponderado(i,j)=critériosnormalizado(i,j)*pesonormalizado(i);
    end
end
%faz-se o somatório dos critérios ponderados das cidades da região Médio Paraíba,
    encontrando assim, os pesos finais de cada cidade
pesofinalidades=[sum(critériosponderado,1)];
impressaodemandacidades=fopen('impressaodemanda.txt','wt');
fprintf(impressaodemandacidades, '%f', pesofinalidades);

```